



අවසාන වාර පරීක්ෂණය - 2022

13 ශ්‍රේණිය

සංයුක්ත ගණිතය I

කාලය : පැය 3

නම: පංතිය:

උපදෙස් :-

> මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.

A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ B කොටස (ප්‍රශ්න 11-17)

A කොටස

සියලුම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම් ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කල හැකිය.

B කොටස

ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. මේ සඳහා කඩදාසි භාවිත කිරීමට ඉඩ ඇත. නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු "A" සහ "B" කොටස් එක් පිළිතුරු පත්‍රයක් වන සේ "A" කොටස උඩින් තිබෙන පරිදි අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.

පරීක්ෂකගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි

(10) සංයුක්ත ගණිතය I		
කොටස	ප්‍රශ්න අංක	ලැබූ ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
එකතුව		

එකතුව

ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

සංකේත අංක

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක	
පරීක්ෂා කළේ	1
	2
අධීක්ෂණය කළේ	



රත්නවලී මාලිකා විද්‍යාලය - ගම්පහ
Rathnavali Balika Vidyalaya - Gampaha

10 S I

අවසාන වාර පරීක්ෂණය - 2022

සංයුක්ත ගණිතය I

13 ශ්‍රේණිය

B කොටස

- (11) a. i) a හා b යනු $a, b \neq 0$ වන තාත්වික සංඛ්‍යා දෙකකි. a හා b ට ප්‍රතිවිරුද්ධ ලකුණු ඇති නම්,
 $y = ax + \frac{b}{x}$ හි මූල තාත්වික බව පෙන්වන්න.
 ii) $x^2 + bx + c = 0$ සමීකරණයේ මූල α හා β වේ. මෙහි b හා c තාත්වික වේ. α^3 හා β^3 මූල වශයෙන් ඇති සමීකරණය ලබා ගන්න.
 $b^3 - 6b + 9 = 0$ සහ $c = 2$ නම් α හා β හි තාත්වික අගයයන් සොයන්න. එනමින් $y^3 + 6y + 9 = 0$ හි තාත්වික මූලය සොයන්න.
- b. $f(x)$ බහුපදය $(x - a)$ වලින් බෙදූ විට ශේෂය $f(a)$ බව පෙන්වන්න. $f(x)$ බහුපදය $(x - a)(x - b)$ වලින් බෙදූ විට ලැබෙන ශේෂය $a, b, f(a), f(b)$ ඇසුරින් සොයන්න.
 එනමින් $x^3 + kx^2 + k = 0$ යන්න $(x + 1)(x - 2)$ න් බෙදූ විට ලැබෙන ශේෂයේ නියත පදය අඩංගු නොවන ලෙස k අගය සොයන්න.

- (12) a. ගැහැණු ළමයි 5 දෙනෙකුද පිරිමි ළමයි 4 දෙනෙකුද අතරින් සිව් දෙනෙකුගෙන් යුත් කමිටුවක් පත් කළ යුතුව ඇත.
 i සීමා කිරීමක් නැති විට
 ii ගැහැණු ළමයි 2 ක්ද පිරිමි ළමයි 2 ක්ද අඩංගු විට
 iii අඩු ගණනේ එක් පිරිමි ළමයෙක්වත් අඩංගු වන පරිදි ඉහත එක් එක් කමිටු තේරිය හැකි ආකාර ගණන සොයන්න.

b. $\frac{2r+3}{r(r+1)} = \frac{A(r+1)+B(r)}{r(r+1)}$ වන පරිදි A හා B අගයයන් සොයන්න.
 එනමින් $\sum_{r=1}^n \frac{2r+3}{r(r+1)} \left(\frac{1}{3}\right)^r$ ශ්‍රේණියෙහි U_r යන්න
 $U_r = V_r - V_{r+1}$ වන සේ ලිවිය හැක්කේ V_r සොයා $\sum_{r=1}^n U_r$ හි වෙනස ලබා ගන්න.
 තවද $\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව අපේක්ෂා කළ කාරණය සඳහා $\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ හි අගය සොයන්න.

- (13) a. $A = \begin{bmatrix} a & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ හා $B = \begin{bmatrix} 1 & a & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ යැයි ගනිමු.
 මෙහි $a \in \mathbb{R}$ වේ. $C = AB^T$ යැයිද ගනිමු. a ඇසුරින් C සොයා, සියලු a සඳහා C^{-1} පවතින බව පෙන්වන්න.
 a ඇසුරින් $C^{-1} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ ලියා දක්වන්න.
 $C^{-1} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{20} \begin{bmatrix} -3 \\ 7 \end{bmatrix}$ නම් $a = 3$ බව පෙන්වන්න.
 a සඳහා මෙම අගය සනිතුව $DC - C^T C = 20I$ වන පරිදි D න්‍යාසය සොයන්න. මෙහි I යනු ගණය 2 වන ඒකක න්‍යාස වේ.

b. $z_1 = 2 - 2i$ හා $z_2 = 1 + \sqrt{3}i$ යැයි ගනිමු. $\frac{z_1}{z_2}$ යන්න $x + iy$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි $x, y \in \mathbb{R}$. තවද Z_1 හා Z_2 සංකීර්ණ සංඛ්‍යා $r > 0$ හා $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ වන $r(\cos \theta + i \sin \theta)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කර එනයිත් $\frac{z_1}{z_2} = \sqrt{2} \left[\cos \frac{\pi}{12} - i \sin \frac{5\pi}{12} \right]$ බව පෙන්වන්න.

$\cos \frac{5\pi}{12} = \frac{1-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$ බව අපෝහනය කරන්න.

c. ද මූලාවර් ප්‍රමේය ප්‍රකාශ කරන්න.

$z = \cos 2\theta + i \sin 2\theta$ යැයි ගනිමු. $\bar{z} = \frac{1}{z}$ බව පෙන්වා එනයිත් $\frac{1+\cos 2\theta + i \sin 2\theta}{1+\cos 2\theta - i \sin 2\theta} = z$ බව අපෝහනය කරන්න.

$\left(\frac{1+\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}}{1+\cos \frac{\pi}{3} - i \sin \frac{\pi}{3}} \right)^{30}$ හි අගය සොයන්න.

(14) a. $x \neq 1$ සඳහා $f(x) = \frac{x(3x-1)}{(x-1)^2}$ යැයි ගනිමු.

$f(x)$ හි ව්‍යුත්පන්නය $f'(x)$ යන්න $x \neq 1$ සඳහා $f'(x) = \frac{1-5x}{(x-1)^3}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. $f(x)$

වැඩිවන ප්‍රාන්තරය සහ $f(x)$ අඩුවන ප්‍රාන්තරය සොයන්න. $f(x)$ හි හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංකද සොයන්න. $x \neq 1$ සඳහා $f''(x) = \frac{2(5x+1)}{(x-1)^4}$ බව දී ඇත.

$y = f(x)$ හි ප්‍රස්ථාරයේ නතිවර්තන ලක්ෂ්‍යය දක්වමින් $y = f(x)$ හි ප්‍රස්ථාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

b. සිලින්ඩරාකාර හැඩැති ඇසුරුම් බඳුනක පරිමාව $28\pi \text{ m}^3$ වේ. බඳුනේ පියන සඳහා භාවිතා කරන තහඩුවේ වර්ග මීටරයක් සඳහා රුපියල් 500 ක් වැයවන අතර පතුල හා පැති බඳු සඳහා භාවිතා කරන තහඩුවේ වර්ග මීටරයක් සඳහා රුපියල් 200 ක් වැයවේ. බඳුනේ උස h හා පතුලේ අරය r වේ නම් r ඇසුරින් h සොයා වියදම අවම වන පරිදි r හා h හි අගය සොයන්න.

(15) a. $\frac{x^2}{(1-x)(1+x)^2}$ හි නික හා අසුරින් ප්‍රකාශ කර එනයිත්

$$\int \frac{x^2}{(1-x)(1+x)^2} dx \text{ සොයන්න.}$$

b. කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන් $\int_2^4 x(\ln x)^2 dx$ අගයන්න.

c. $\int_0^a \sin x \cdot \sin(a-x) dx = \frac{1}{2}(\sin a - a \cos a)$ බව පෙන්වන්න. මෙහි a යනු ධන නියතයකි.

$f(x)$ යනු අවකලන ශ්‍රිතයක් විට, $I = \int_0^a f(x) dx$ හා $J = \int_0^a f(a-x) dx$ නම්, $I = J$ බව පෙන්වන්න.

එනයිත්, $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x}{\sin x + \cos x} dx = \frac{\pi}{4} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sin x + \cos x}$ බව පෙන්වා

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x dx}{\sin x + \cos x} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \ln(\sqrt{2} + 1)$ බව අපෝහනය කරන්න.

(16) a. ABC ත්‍රිකෝණයේ C කෝණයේ අභ්‍යන්තර කෝණ සමවිභේදකය $x - 4y + 10 = 0$ හා B හරහා යන මධ්‍යස්ථය $6x + 10y - 59 = 0$ වේ. A හි ඛණ්ඩාංක $A \equiv (3, -1)$ වේ.

i. B හා C හි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

ii. ABC ත්‍රිකෝණයේ පාදවල සමීකරණය සොයන්න.

iii. B හරහා AC ට ලම්භ රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

b. $A(0,1)$ හා $B(0,-1)$ ලක්ෂ්‍යයන් හරහා යන ඕනෑම වෘත්තයක සමීකරණය $x^2 + y^2 + 2\lambda x - 1 = 0$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කළ හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි λ යනු තාත්වික පරාමිතියකි. $k^2 > 4$ නම් A හා B හරහා යමින් $x - 2y + k = 0$ සරල රේඛාව ස්පර්ශ කරන ප්‍රතික්ෂිප්ත වෘත්ත දෙකක් පවතින බව පෙන්වන්න. තවද එම වෘත්ත දෙක ප්‍රලම්භව ඡේදනය වේ නම් k සඳහා තිබිය හැකි අගයන් යොදන්න.

(17) a. $\sin A, \sin B, \cos A, \cos B$ ඇසුරින් $\sin(A+B)$ හා $\sin(A-B)$ ලියා දක්වන්න. එනමින් $\sin C + \sin D = 2 \sin \frac{C+D}{2} \cdot \cos \frac{C-D}{2}$ බව පෙන්වන්න.

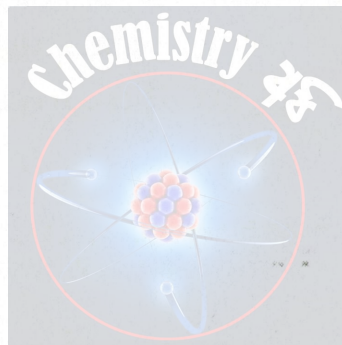
$\cos C + \cos D = 2 \cos \frac{C+D}{2} \cdot \cos \frac{C-D}{2}$ බව අපෝහනය කරන්න.

$\cos 7x - \sin 7x + \cos 5x - \sin 5x = 2(\cos 6x - \sin 6x)$ සමීකරණය විසඳන්න.

b. ABC ත්‍රිකෝණයක් යැයිද, D යනු BC මත $BD : DC = m : n$ වන පරිදි BC මත වූ ලක්ෂ්‍යයක් යැයිද ගනිමු. මෙහි $m, n > 0$ වේ. $\widehat{ADC} = \theta$, $\widehat{BAD} = \alpha$, හා $\widehat{DAC} = \beta$ බව දී ඇත. BAD හා DAC ත්‍රිකෝණ සඳහා සයින් නීතිය භාවිතයෙන්,

$\frac{m \sin \beta}{n \sin \alpha} = \frac{\sin(\theta + \beta)}{\sin(\theta - \alpha)}$ බව පෙන්වන්න. එනමින් $(m + n) \cot \theta = m \cot \alpha - n \cot \beta$ බව පෙන්වන්න.

c. $x > 0$ සඳහා $\tan^{-1} \frac{(1-x)}{(1+x)} = \frac{1}{2} \tan^{-1} x$; $x > 0$ විසඳන්න.



අවසාන වාර පරීක්ෂණය - 2022

13 ශ්‍රේණිය

සංයුක්ත ගණිතය II

කාලය : පැය 3

නම: ප.නි.ය:.....

උපදෙස් :-

➤ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.

A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න 11-17)

A කොටස

සියලුම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු සපයා ඇති ඉඩේහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම් ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කල හැකිය.

B කොටස

ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. මේ සඳහා කඩදාසි පාවිච්චි කරන්න. නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු "A" සහ "B" කොටස් එක් පිළිතුරු පත්‍රයක් වන සේ "A" කොටස උඩින් තිබෙන පරිදි අමුණා විභාග ඔලොම්පිකට භාර දෙන්න.

පරීක්ෂකගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි

(10) සංයුක්ත ගණිතය I		
කොටස	ප්‍රශ්න අංක	ලැබූ ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
එකතුව		

එකතුව

ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

සංකේත අංක

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක	
පරීක්ෂා කළේ	1
	2
අධීක්ෂණය කළේ	

අවසාන වාර පරීක්ෂණය - 2022

සංයුක්ත ගණිතය I

13 ශ්‍රේණිය

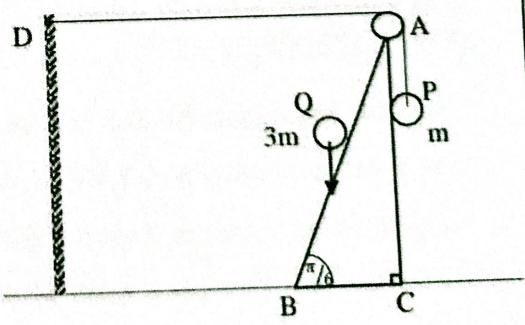
B කොටස

(11) a. A හා B යනු සෘජු මාර්ගයක එකිනෙක $6a$ දුරින් වූ ලක්ෂ්‍ය දෙකකි. A සිට B දෙසට නිශ්චලතාවයෙන් ගමන් අරඹන P මෝටර් රථයක් නියත f ත්වරණයෙන් T කාලයක් වලින වි එහි උපරිම වේගය අන්තර් ගනී. එම වේගයෙන් T කාලයක් ගමන් කර අනතුරුව නියත මන්දනයකින් වලින වි B හිදී නිශ්චලතාවයට පත්වේ. P මෝටර් රථය ගමන් අරඹා T කාලයකට පසු Q නම් තවත් මෝටර් රථයක් v වේගයෙන් B පසු කරමින් A දෙසට නියත f ඒකාකාර මන්දනයකින් ගමන් කර A හිදී නිසලතාවයට පත්වේ. P හා Q එක විට නිසල වේ නම් වලින සඳහා ප්‍රවේග-කාල වක්‍ර එකම සටහනක ඇඳ, එකසින්, $v = \frac{12a}{T} - 2fT$ බව පෙන්වන්න.

තවද, P මෝටර් රථය මන්දනය කිරීම අරඹන විටම Q හමුවේ නම් $T = \sqrt{\frac{6a}{f}}$ බවද පෙන්වන්න.

b. A හා B යනු එකිනෙකට $3d$ km දුරින් වූ හා A ට නැගෙනහිරින් B පිහිටන පරිදි වූ ගුවන්කොටුපොල දෙකකි. සුළඟක් නොමැති විට ගුවන් යානයක් A සිට B කරා AB ඔස්සේ u kmh⁻¹ වේගයෙන් පියාසර කිරීමට පටන් ගනී. එය d km දුරක් ගමන් කළ පසු එක්වරම නිරිත දිශාවේ සිට v kmh⁻¹ ($> u$) වේගයෙන් හමා එන සුළඟකට අසුචේ. සුළඟට ගසාගෙන යාම නිසා ගුවන් යානයට B ගුවන් කොටුපොලට යාමට නොහැකි වන බව පෙන්වන්න. එයට යා හැකි B ට උතුරින් පිහිටි ආසන්නතම ස්ථානය C නම් BC දුර සොයන්න. ගුවන් යානයට C වෙත යාමට ගතවන මුළු කාලයද සොයන්න.

(12) a. රූපයේ දැක්වෙන්නේ $AB = 6a$ වන , BC අඩංගු මූහුණක සුමට තිරස් ගෙඩිමක් මත තබන ලද ස්කන්ධය $5m$ වන සුමට ඒකාකාර කුඤ්ඤයක සිරස් හරස්කඩ වේ. AB යනු උපරිම බැවුම් රේඛාව වේ. AC සිරස් වන අතර , D යනු AD තිරස් වන පරිදි ABC කුඤ්ඤයෙහි B ලක්ෂ්‍යයෙහි සිට $2a$ දුරකින් වූ සිරස් ඩික්තිය මත වූ අවල ලක්ෂ්‍යයකි. A හි සවිකර ඇති කුඩා සුමට කප්පියක් මතින් යන දිග $7a$ වූ සැහැල්ලු අවිභන්‍ය තන්තුවක එක් කෙළවරක් ස්කන්ධය m වූ P අංශුවකට ඇඳා ඇති අතර අනෙක් කෙළවර ඩික්තිය මත වූ අවල D ලක්ෂ්‍යකට සවිකර ඇත. ස්කන්ධය $3m$ වූ Q අංශුවක් AB මත තබා ඇත. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි $AP = AQ = 2a$ ලෙස ඇතිව පද්ධතිය නිශ්චලතාවයෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. කුඤ්ඤය ඩික්තිය මත ගැටෙන මොහොතේදී කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂව Q හි ප්‍රවේගය නිර්ණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලබා ගන්න.



b. P අංශුවක් a දිශාවේ දුහු අවිනතය තත්කුවක් ඇසුරෙන් O අවල ලක්ෂයකට සබැඳි තිබේ. O ට සිරස් ලෙස ඉහළින් a උසකදී P අල්ලා තබාගෙන එය තිරස් දිශාවක් ඔස්සේ u ප්‍රවේගයකින් ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ.

i. $u^2 > ag$ නම්, P අංශුව සම්පූර්ණයෙන් වාතනය ගෙවන බව පෙන්වන්න.

ii. $u^2 < ag$ නම්, P අංශුව $\sqrt{\frac{u^2+ag}{3}}$ ආරම්භක ප්‍රවේගයකින් ප්‍රක්ෂේපණයක් ලෙස වාතනාකාර මාර්ගය හැර යන බවත් පෙන්වන්න.

(13) ස්වභාවික දිග l වූ සැහැල්ලු ප්‍රස්ථාපයක් තත්කුවක එක් කෙළවරකට ස්කන්ධය m වූ P නම් නම් අංශුවක් ඇඳා ඇත. තත්කුවෙහි අනෙක් කෙළවර O නම් ලක්ෂයකට ඇඳ ඇත. P අංශුව A ලක්ෂයේ සමතුලිතතාවයෙන් එල්ලෙන විට තත්කුවේ විතතිය l වේ. තත්කුවේ ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය mg බව පෙන්වන්න.

දැන් අංශුව A හි තබා $3\sqrt{gl}$ ප්‍රවේගයෙන් සිරස්ව පහලට ප්‍රක්ෂේප කරනු ලබයි. A සිට l දුරක් පහළින් වූ B හිදී P හි ප්‍රවේගය සොයන්න.

තත්කුවේ දිග $2l + x$ වන විට P අංශුව සඳහා සමීකරණය ලියා දක්වා සුපුරුදු අංකනයෙන් $\ddot{x} + \frac{g}{l}x = 0$ බව පෙන්වන්න.

$c (> 0)$ නියතයක් වන විට $\dot{x}^2 = \frac{g}{l}(c^2 - x^2)$ මගින් දෙනු ලැබේ යැයි උපකල්පනය කරමින් c හි අගය සොයන්න. තවද අංශුව B දක්වා ගමන් කිරීමට ගතවන කාලය ද සොයන්න.

අංශුව B ලක්ෂයට එළඹෙන විටම තවත් ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් P ට සිරුවෙන් අමුණනු ලැබේ. තත්කුවේ මුළු දිග $2l + y$ වන විට සංයුක්ත අංශුවේ චලිත සමීකරණය $\ddot{y} + \frac{g}{2l}(y - l) = 0$ බව පෙන්වන්න. පහලට ගමන් කිරීමෙන් අනතුරුව නැවත P අංශුව A කරා එළඹීමට ගතවන කාලය සොයන්න.

(14) a. $OABC$ යනු සමාන්තරාස්‍රයක් යැයිද, D යනු AC මත $AD:DC = 2:3$ යන පරිදි වූ ලක්ෂයක් යැයිද ගනිමු. O අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂයවල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් λa හා b වේ. මෙහි $\lambda > 0$ වේ. \overline{OC} හා \overline{BD} දෛශික a, b හා λ ඇසුරින් ප්‍රකාශ කරන්න.

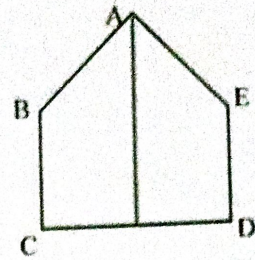
දැන් \overline{OC} යන්න \overline{BD} ට ලම්භ වේ යැයි ගනිමු. $5|a|^2\lambda^2 + 3(a \cdot b)\lambda - 2|b|^2 = 0$ බව පෙන්වා, $|a|=|b|$ හා $\angle AOB = \frac{\pi}{3}$ නම් λ හි අගය සොයන්න.

b. ABC යනු පාදයක දිග $2a$ වූ සමපාද ත්‍රිකෝණයකි. පිළිවෙළින් AB, BC හා AC පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂය D, E හා F වේ. විශාලත්ව $PN, QN, 2\sqrt{3}N, 3\sqrt{3}N$ හා $6N$ වූ බල පිළිවෙළින් AB, CB, BF, DC හා AC දිගේ අක්ෂර අනුපිළිවෙළින් දැක්වෙන දිශාවලට ක්‍රියා කරයි. සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ විශලත්වය $10\sqrt{3}N$ ද එහි දිශාව AE ට සමාන්තර A සිට E අතට වූ දිශාව බවට දී ඇත. P හා Q හි අගයන් සොයන්න.

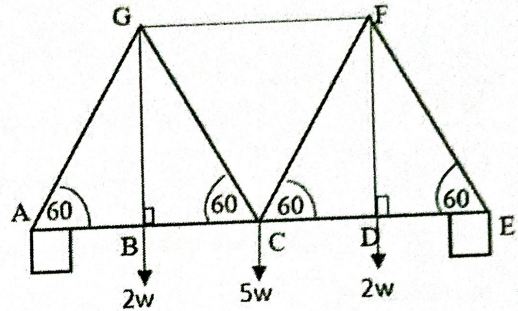
සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ ක්‍රියා රේඛාව AB පාදය හමුවන ලක්ෂයට A සිට දුරද සොයන්න.

දැන් සම්ප්‍රයුක්ත බලය A හරහා යන පරිදි සූර්ණය $M \text{ nm}$ වූ යුග්මයක් පද්ධතියට එකතු කරනු ලැබේ. M හි විශාලත්වය හා දිශාව සොයන්න.

(15) a. රූපසටහනේ දක්වා ඇත්තේ තුනී ඒකාකාර දඬු පහකින් සැදී ඇති ABCDE සංචාසාකාර රාමු සැකිල්ලකි. පද්ධතිය A ලක්ෂ්‍යයෙන් එල්ලා සිරස් තලයක රූප සටහනේ පරිදි සමතුලිතව පවතිනුයේ A හා CD දණ්ඩේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය යා කරන දිග $(1 + \sqrt{3})l$ වූ සැහැල්ලු දණ්ඩක් මගිනි. $AB = AE = 2\sqrt{3}l, BC = DE = l, CD = 2l$ වේ. දඬුවල බර එහි දිගට සමානුපාතික වන බවද BC දණ්ඩේ බර w යැයිද සලකා B හා C සන්ධිවල ප්‍රතික්‍රියා සොයන්න. සැහැල්ලු දණ්ඩේ ආතතිය $(3 + \sqrt{3})w$ බවද පෙන්වන්න.



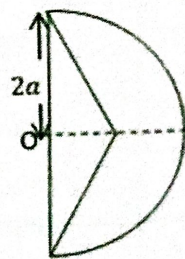
b. රූප සටහනේ දක්වා ඇති සැහැල්ලු දඬු 11 කින් සමන්විත රාමු සැකිල්ල A හා E හිදී සුමට ආධාරක 2 ක් මත තබා ඇති අතර B, C හා D හිදී $2w, 5w$ හා $2w$ භාරයන් එල්ලා ඇත. බෝ අංකනය භාවිතයෙන් ප්‍රත්‍යා බල සටහන ඇඳ AB, BC, CG, AG, GF හා GB දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල ආතතිද, තෙරපුම්ද යන බව දක්වමින් ගණනය කරන්න.



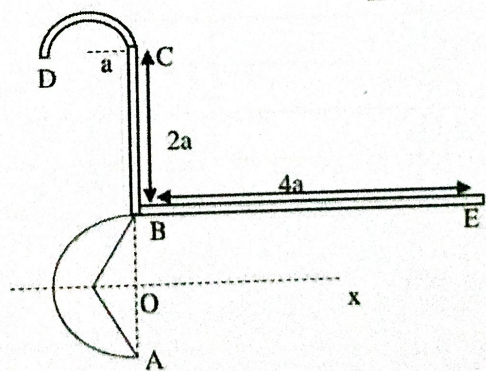
(16) (i) අරය a වන හා කේන්ද්‍රයේ $2a$ ශෝණයක් ආපාතනය කරන වෘත්ත වාපයක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{a \sin \alpha}{\alpha}$ දුරකින්ද

(ii) පතුලේ අරය a හා උස h වූ ඒකාකාර ඝන සෘජු වෘත්ත කේතුවක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය පතුලේ කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{h}{4}$ දුරකින්ද පිහිටන බව පෙන්වන්න.

P යනු අරය $2a$ වූ ඒකාකාර ඝන අර්ධ ගෝලයකින් පතුලේ අරය $2a$ හා උස a වන කේතුවක් හා ඉවත් කර සාදා ගන්නා ලද ඝන වස්තුවකි. එහි ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය පතුලේ කේන්ද්‍රය වන O සිට $\frac{11a}{12}$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.



රූපයේ දැක්වෙන පරිදි P වස්තුවට එහි පරිධිය මත වූ B ලක්ෂ්‍යයේදී දිග $2a$ වූ BC තුනී ඒකාකාර දණ්ඩක් සවිකර, B හිදී දණ්ඩට දිග $4a$ වූ තුනී ඒකාකාර BE දණ්ඩක්ද අරය a වූ CD ඒකාකාර අර්ධ වෘත්තාකාර කම්බියක්ද දෘඩව සවි කිරීමෙන් නතුලක් සාදා ඇත. P වස්තුවේ, BC දණ්ඩේ, BE දණ්ඩේ හා CD කම්බියේ ඒකක දිගක ස්කන්ධ පිළිවෙලින් $\frac{\rho}{\pi}, a^2\rho, a^2\rho$ හා $\frac{a^2\rho}{\pi}$ ද වේ.



නතුලේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය OX සිට ඉහළට $\frac{2a}{11\pi}(1 + 7\pi)$ දුරකින් ද, OB සිට $\frac{10a}{33}$ දුරකින් ද පිහිටන බව පෙන්වන්න.

නතුල A ලක්ෂ්‍යයෙන් එල්ලූ විට BC දණ්ඩේ සිරසට ආතතිය $\tan^{-1}\left(\frac{5\pi}{3(18\pi+1)}\right)$ බවද පෙන්වන්න.

(17) a) එක්තරා කම්හලක නිපදවන විදුරු බඳුනක් දෝෂ සඳහා පරීක්ෂා කෙරේ. නිපදවන ඕනෑම බඳුනක වායු බුබුළු තිබීමේ සම්භාවිතාව 0.025 කි. වායු බුබුළු සහිත බඳුනක් පරිදි වීමේ සම්භාවිතාව 0.4 වන අතර වායු බුබුළු රහිත බඳුනක් පරිදි නොවීමේ සම්භාවිතාව 0.996 කි.

(i) සසම්භාවී ලෙස තෝරාගන්නා ලද බඳුනක් පරිදි වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(ii) සසම්භාවී ලෙස තෝරාගන්නා ලද බඳුනක් පරිදි වී තිබේ නම් එය වායු බුබුළු රහිත වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(iii) බඳුනක පරිදි සිදු වීම වායු බුබුළු ඇති වීමෙන් ස්වායත්ත වේද?

b) \bar{x} හා σ_x යනු පිළිවෙළින් $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ දත්ත කුලකයේ මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය යැයිද $i = 1, 2, \dots, n$ සඳහා $y_i = \frac{x_i - \alpha}{\beta}$ යැයිද ගනිමු. මෙහි α හා $\beta (> 0)$ තාත්වික නියත වේ. $\bar{y} = \frac{\bar{x} - \alpha}{\beta}$ හා $\sigma_y = \frac{\sigma_x}{\beta}$ බව පෙන්වන්න. මෙහි \bar{y} හා σ_y යනු පිළිවෙළින් $\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ දත්ත කුලකයේ මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය වේ.

පහත දක්වා ඇත්තේ වයස අවුරුදු 50 ට වැඩි පුද්ගලයින් වෛද්‍ය ප්‍රතිකාර සඳහා වෛද්‍ය මධ්‍යස්ථානයක් වෙත යොමු කරවීමේ ව්‍යාප්තිය දැක්වෙන සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියකි.

වයස(අවුරුදු)	රෝගීන් ගණන
50-54	3
55-59	7
60-64	15
65-69	30
70-74	41
75-79	35
80-84	5
85-89	4
90-94	2
95-99	8

පන්ති ප්‍රාන්තර වල මධ්‍ය අගය x නම් $d = \frac{x-72}{5}$ පරිණාමනය භාවිතයෙන් මෙම ව්‍යාප්තියෙහි මධ්‍යන්‍යය μ , මධ්‍යස්ථය M_d හා සම්මත අපගමනය σ සොයා කුටිකතා සංගුණකය $K = \frac{3(\mu - M_d)}{\sigma}$ භාවිතයෙන් කුටිකතා සංගුණකය එක් දශම ස්ථානයකට ආසන්න ලෙස ගණනය කරන්න.