



රත්නවලි තාක්ෂණ විද්‍යාලය - ගම්පහ
Rathnavali Balika Vidyalaya - Gampaha

10 S I

අවසාන වාර පරීක්ෂණය - 2022

13 ගුරුණිය

සංයුත්ත ගණිතය I

කාලය : පැය 3

නම: _____

ජාතිය: _____

උපදෙස්:

➤ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සම්බන්ධ වේ.

A කොටස (ප්‍රශ්න 1 – 10) සහ B කොටස (ප්‍රශ්න 11- 17)

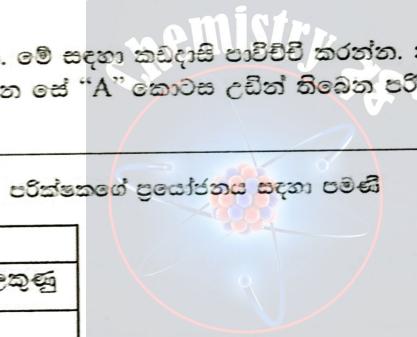
A කොටස

මියගුණීම් ප්‍රශ්නවලට පිළිනුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා මිවේ පිළිනුරු සපයා ඇති ඉඩ්චි ලියන්න. වැඩිපුරු ඉඩ්චි අවශ්‍ය වේ නම් මිට් අමතර ලියන කවියාසි භාවිත කළ යුතිය.

B කොටස

ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිනුරු සපයන්න. මේ සඳහා කවියාසි පාලිවිවිත කරන්න. නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු “A” සහ “B” කොටස් එක් පිළිනුරු පත්‍රයක් වන සේ “A” කොටස උඩින් තිබෙන පරිදි අමුණා විභාග ගාලාධිපතිට හාර දෙන්න.

පරීක්ෂණයේ ප්‍රයෝගනය සඳහා පමණි



එකතුව

දාලක්කමෙන්	_____
අනුරින්	_____

සංඛේත අංක

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක	_____
පරීක්ෂා කළේ	1 2
අධික්ෂණය කළේ	_____

(10) සංයුත්ත ගණිතය I		
කොටස	ප්‍රශ්න අංක	ලැබු ලෙසෙ
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	

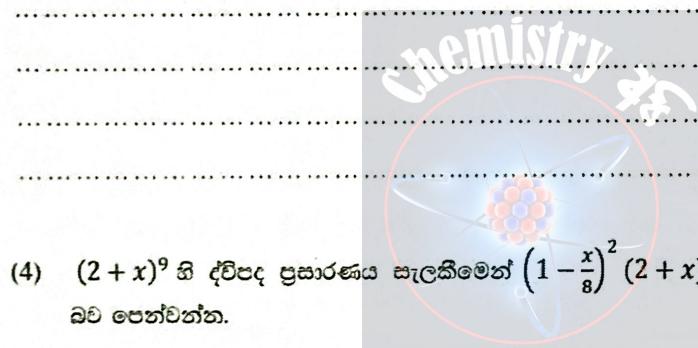
A කොටස

- සියලුම ප්‍රශ්න සඳහා පිළිතුරු සපයන්න.

(1) ගණිත අභ්‍යන්තර මූලධර්මය භාවිතයෙන්, සියලුම n දන නිවිල සඳහා $1+2+3+\dots+n < \frac{1}{8} (2n+1)^2$ බව සාධිතය කරන්න.

(2) $|2x| < 3 - x^2$ අසමානකාවය සුළුලන යුතු සියලුම කාන්ටික අයයන් සොයන්න.

(3) ආර්ගේම් සටහනක $\text{Arg}(z+2i) = \frac{\pi}{6}$ සපුරාලන z සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව නිරූපණය කරන ලක්ෂණවල පරියෙකි දළ සටහනක් අදින්න. එනමින් හෝ අන් අයුරකින් හෝ $\text{Arg}(\bar{z}-2i) = -\frac{\pi}{6}$ වන පරිදි $|z|$ හි අවම අගය සොයන්න.

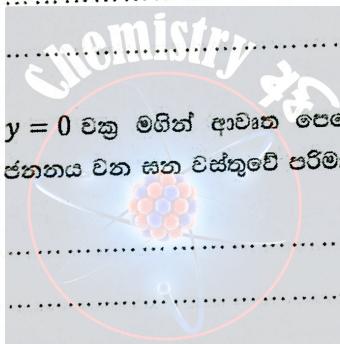


(4) $(2+x)^9$ හි දේවිපද ප්‍රසාරණය සැලකීමෙන් $\left(1 - \frac{x}{8}\right)^2 (2+x)^9$ ප්‍රසාරණයේ x^3 හි සංගුණකය 4260 බව පෙන්වන්න.

$$(5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{5} - \sqrt{4 + \cos x}}{x^2} = \frac{1}{4\sqrt{5}}$$

බව පෙන්වන්න.

(6) $y = e^x$, $x = 0$, $x = 2$, හා $y = 0$ වතු මගින් ආවශ්‍ය පෙදෙස x අක්ෂය වටා රේඛියන 2π වලින් සුම්ජය කරනු ලබයි. මෙලෙස ජනනය වන සහ වැස්තුවේ පරිමාව $\frac{\pi}{2} (e^4 - 1)$ බව පෙන්වන්න.



(7) C යනු $x = a \sin t$ සහ $y = a \cos^2 t$ මගින් පරාමිතිකව දෙනු ලබන පරාවලය ගැඹී ගනිමු. මේ
 $a \neq 0$ වේ. C පරාවලයට $(a \sin t, a \cos^2 t)$ ලක්ෂණයේ හි අනිලම්භ රේඛාවකි සම්කරණය
 $(2 \sin t) y + a \sin t = x + a \cos t \sin 2t$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

(8) $l_1 = 2x + 3y = 0$ ගැඹී ගනිමු. $l_1 = 0$ ලෝකක් $A \equiv (5, 1)$ ලක්ෂණය හරහා යන $l_2 = 0$ පරාවල මත ඕනෑම ලක්ෂණයක් $(5 + 2t, 1 + 3t)$ ලෙස ලිවිය ගැඹී බව පෙන්වන්න. එනයින් $l_1 = 0$ හා $l_2 = 0$ රේඛාවල ජේදන ලක්ෂණය $B \equiv (3, -2)$ බව පෙන්වා $AB = BC$ වන පරිදි $l_2 = 0$ මත හි C සි බැංචාක සොයන්න.

(9) $A \equiv (6, -2)$ ලක්ෂණය $S = x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ වාච්‍යයට පිටතින් පිහිටා බව පෙන්වන්න.
 $S = 0$ වාච්‍යය මත වූ A ලක්ෂණයට ආසන්නතම ලක්ෂයෙහි බණ්ඩාක සොයන්න.

(10) $\pi \in \mathbb{Z}$ සඳහා $\theta \neq \frac{n\pi}{2}$ යැයි ගනිමු. $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$ සර්ව සාම්පූහ්‍ය භාවිතයෙන්
 $\operatorname{cosec}^2 \theta = 1 + \cot^2 \theta$ බව පෙන්වන්න. $\operatorname{cosec} \theta - \cot \theta = \frac{3}{5}$ බව ඇතුළු ඇතුළු. $\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta = \frac{5}{3}$ බව
අභ්‍යන්තරය කරන්න. එතේන් $\sin \theta = \frac{15}{17}$ බව පෙන්වන්න.



අවසාන වාර පරික්ෂණය - 2022

සංයුත්ත ගණිතය I

13 ගේත්‍රිය

Rathnavali Balika Vidyalaya - Gompha Rathnavali Balika Vidyalaya - Gompha

B කොටස

- (11) a, b සහ $a, b \neq 0$ වන තාක්ෂණික සංඛ්‍යා දෙකක්. a හා b ට ප්‍රතිච්‍රියාද ලැබු ඇති නම.

$y = ax + \frac{b}{x}$ යි මූල කාන්ටීක බව පෙන්වන්න.

ii) $x^2 + bx + c = 0$ පාමිකරණයේ මූල α හා β වේ. මෙහි b හා c තාන්ත්‍රික වේ. α^3 හා β^3 මූල වගයෙන් ඇති පැමිකරණය ලබා ගැනීන.

$b^3 - 6b + 9 = 0$ සහ $c = 2$ නම් α හා β හි තාත්වික අගයයන් සොයන්න. එනයින්

 $y^3 + 6y + 9 = 0$ නීත් තාත්වික මුද්‍රය සොයන්න.

- b. $f(x)$ බහුපදය $(x - \alpha)$ වලින් බෙදා විට ගේෂය $f(\alpha)$ න්‍ය පෙන්වන්න. $f(x)$ බහුපදය $(x - a)(x - b)$ වලින් බෙදා විට ලැබෙන ගේෂය $a, b, f(a), f(b)$ ඇසුරින් සොයන්න.

එනඩින් $x^3 + kx^2 + k = 0$ යන්න (x + 1)(x - 2) න් බෙදා විට ලැබෙන සේෂයේ තියත් පදය අඩංගු නොවන ලෙස k අය සොයුන්න.

କେବଳ ଏକ ନାମ ଦିଲ୍ଲିଜନ୍ସିଙ୍ଗ୍ ହୁଏ ଥିଲା ଏହାରେ କିମ୍ବା ଏହାରେ କିମ୍ବା

- (12) a. ගැහැණු ලමයි 5 දෙනෙකුද පිටිම් ලමයි 4 දෙනෙකුද අතරින් සිව් දෙනෙකුගේන් යුත් කම්මුවක් පත් කළ යුතුව ඇත.

b. $\frac{2r+3}{r(r+1)} = \frac{A(r+1)+B(r)}{r(r+1)}$ වන පරිදී A හා B අගයන් පොයන්න.

$$\text{ഒരു ക്രമത്തിൽ } \sum_{r=1}^n \frac{2r+3}{r(r+1)} \left(\frac{1}{3}\right)^r = U_r \text{ എന്ന് പറയുന്നു.}$$

$U_r = V_r - V_{r+1}$ වන ලද සේ ලිවිය හැකි V_r සෙයායා $\sum_{r=1}^n u_r$ හි පෙරේකා ලබා ගත්තා.

තවද $\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ ඔළුණිය අවිසාරී බව අපෝහනය කර $\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ හි අයය සොයන්න.

$$(13) \text{ a. } A = \begin{bmatrix} a & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \text{ ഹ } B = \begin{bmatrix} 1 & a & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \text{ യേറി തനിംണി.}$$

මෙහි $a \in R$ නේ, $C = AB^T$ යැයි ගනිමු. a ඇයුරින් c සොයා, සියලු a පදනු C^{-1} පවතින බව පෙන්වන්න.

a ඇසුරින් C⁻¹ ලියා දක්වන්න.

$C^{-1} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{20} \begin{bmatrix} -3 \\ 7 \end{bmatrix}$ නම් $a = 3$ බව පෙන්වන්න.

a සඳහා මෙම අගය සහිතව $DC - C^T C = 20I$ වන පරිදි D න්‍යාසය සොයන්න. මෙහි I යනු ගණය 2 වන ජේනක න්‍යාස වේ.

b. $z_1 = 2 - 2i$ හා $z_2 = 1 + \sqrt{3}i$ යැයි ගනිමු. $\frac{z_1}{z_2}$ යන්න $x + iy$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න. මේහි $x, y \in \mathbb{R}$. තවද Z_1 හා Z_2 සංයිරණ සංඛ්‍යා $r > 0$ හා $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ වන $r(\cos \theta + i \sin \theta)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කර එන්නින් $\frac{z_1}{z_2} = \sqrt{2} \left[\cos \frac{\pi}{12} - i \sin \frac{\pi}{12} \right]$ බව පෙන්වන්න.

$\cos \frac{5\pi}{12} = \frac{1-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$ බව අපෝගනය කරන්න.

c. ද මූලාවරු ප්‍රමේය ප්‍රකාශ කරන්න.

$$z = \cos 2\theta + i \sin 2\theta$$

$$\bar{z} = \frac{1}{z}$$

$$\frac{1+\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}}{1+\cos \frac{\pi}{3} - i \sin \frac{\pi}{3}} = z$$

$$\frac{1+\cos 2\theta + i \sin 2\theta}{1+\cos 2\theta - i \sin 2\theta} = \bar{z}$$

වැඩිහිටි ප්‍රකාශ කරන්න.

$$\left(\frac{1+\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}}{1+\cos \frac{\pi}{3} - i \sin \frac{\pi}{3}} \right)^{30}$$

හි අගය සොයන්න.

(14) a. $x \neq 1$ සඳහා $f(x) = \frac{x(3x-1)}{(x-1)^2}$ යැයි ගනිමු.

$f(x)$ හි වුද්‍යාත්මකය $f'(x)$ යන්න $x \neq 1$ සඳහා $f'(x) = \frac{1-5x}{(x-1)^3}$ මෙහින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. $f(x)$ හි වුද්‍යාත්මකය $f''(x)$ යන්න $x \neq 1$ සඳහා $f''(x) = \frac{2(5x+1)}{(x-1)^4}$ බව දී ඇතේ.

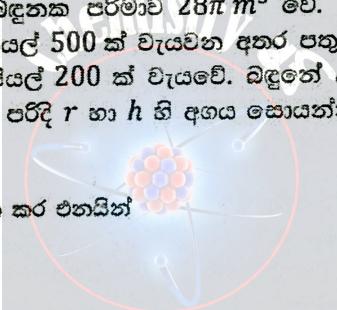
$y = f(x)$ හි ප්‍රස්ථාරයේ නතිවර්තන ලක්ෂණය දක්වනින් $y = f(x)$ හි ප්‍රස්ථාරයේ දළ සටහනක් අදින්න.

b. සිලින්ඩ්‍රිකාර හැඩිනි ඇසුරුම් බෙදුනක පරිමාව $28\pi m^3$ වේ. බෙදුනේ පියන සඳහා භාවිතා කරන තහවුරුවේ වර්ග මිටරයක් සඳහා රුපියල් 500 ක් වැයවන අතර පතුල හා පැනි බඳ සඳහා භාවිතා කරන තහවුරුවේ වර්ග මිටරයක් සඳහා රුපියල් 200 ක් වැයවේ. බෙදුනේ උස h හා පතුලේ අරය r වේ නම් r ඇසුරින් h සොයා වියදම් අවම වන පරිදි r හා h හි අගය සොයන්න.

(15) a. $\frac{x^2}{(1-x)(1+x)^2}$ නින්න භාග ඇසුරින් ප්‍රකාශ කර එන්නින්

$$\int \frac{x^2}{(1-x)(1+x)^2} dx$$

සොයන්න.



b. කොටස් වශයෙන් අනුකූලනය භාවිතයෙන් $\int_2^4 x(\ln x)^2 dx$ අගයන්න.

c. $\int_0^a \sin x \cdot \sin(a-x) dx = \frac{1}{2} (\sin a - a \cos a)$ බව පෙන්වන්න. මෙහි a යනු ධන නියතයකි.

$f(x)$ යනු අවක්ෂ ප්‍රිතියක් විට, $I = \int_0^a f(x) dx$ හා $J = \int_0^a f(a-x) dx$ නම්, $I = J$ බව පෙන්වන්න.

එන්නින්, $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x}{\sin x + \cos x} dx = \frac{\pi}{4} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sin x + \cos x}$ බව පෙන්වනා

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x dx}{\sin x + \cos x} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \ln(\sqrt{2} + 1)$$

බව අපෝගනය කරන්න.

(16) a. ABC ත්‍රිකෝණයේ C කෝෂයේ අනුත්තර කෝෂ සම්විෂේෂකය $x - 4y + 10 = 0$ හා B හරහා යන මධ්‍යස්ථානය $6x + 10y - 59 = 0$ වේ. A හි බ්‍රේෂ්‍රාකාරීන් $A \equiv (3, -1)$ වේ.

i. B හා C හි බ්‍රේෂ්‍රාකාරීන් සොයන්න.

ii. ABC ත්‍රිකෝණයේ පාදවල සම්කරණය සොයන්න.

iii. B හරහා AC ට ලැමින රේඛාවේ සම්කරණය සොයන්න.

b. $A (0,1)$ හා $B(0,-1)$ ලක්ෂණන් හරහා යන මිනුම වෘත්තයක සම්කරණය $x^2 + y^2 + 2\lambda x - 1 = 0$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කළ හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි λ යනු තාත්වීක පරාමිතියකි. $k^2 > 4$ නම් A හා B හරහා යම්න් $x - 2y + k = 0$ සරල රේඛාව ස්ථාපිත කරන ප්‍රහිත්ත වෘත්ත දෙකක් පවතින බව පෙන්වන්න. තවද එම වෘත්ත දෙක ප්‍රාලිභව ජ්‍යෙෂ්ඨ ප්‍රාග්ධනය වේ නම් k සඳහා නිවිය හැකි අගයන් යොදන්න.

(17) a. $\sin A, \sin B, \cos A, \cos B$ අසුවීන් $\sin(A+B)$ හා $\sin(A-B)$ උයා දක්වන්න. එහයින් $\sin C + \sin D = 2 \sin \frac{C+D}{2} \cdot \cos \frac{C-D}{2}$ බව පෙන්වන්න.

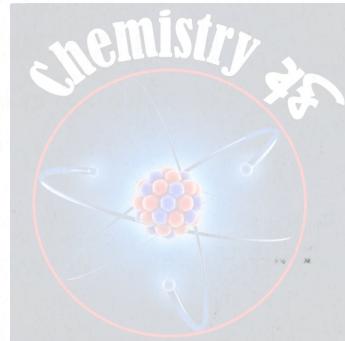
$$\cos C + \cos D = 2 \cos \frac{C+D}{2} \cdot \cos \frac{C-D}{2} \text{ බව අපෝහනය කරන්න.}$$

$$\cos 7x - \sin 7x + \cos 5x - \sin 5x = 2(\cos 6x - \sin 6x) \text{ සම්කරණය විසඳන්න.}$$

b. ABC ත්‍රිකෝණයක් යැයිද, D යනු $BD : DC = m:n$ වන පරිදි BC මත මූල්‍යයක් යැයිද ගනිමු. මෙහි $m, n > 0$ ලේ. $\widehat{ADC}=\theta$, $\widehat{BAD}=\alpha$, හා $\widehat{DAC}=\beta$ බව දැනු ඇත. BAD හා DAC ත්‍රිකෝණ පදනා සයින් නීතිය භාවිතයෙන්.

$$\frac{m}{n} \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{\sin(\theta+\beta)}{\sin(\theta-\alpha)} \text{ බව පෙන්වන්න. එහයින් } (m+n) \cot \theta = m \cot \alpha - n \cot \beta \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

$$\text{c. } x > 0 \text{ පදනා } \tan^{-1} \frac{(1-x)}{(1+x)} = \frac{1}{2} \tan^{-1} x ; x > 0 \text{ විසඳන්න.}$$





අවසාන වාර පරිත්‍යාග - 2022

13 ගේත්‍රිය

සංයුත්ත ගණිතය II

කාලය : පැය 3

Rathnavali Balika Vidyalaya - Gampaha Rathnavali Balika Vidyalaya - Gampaha Rathnavali Balika Vidyalaya - Gampaha Rathnavali Balika Vidyalaya - Gampaha

ஆடு:..... பாதிய:.....

සිංහල

- මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්වීත වේ.
A කොටස (ප්‍රශ්න 1 – 10) සහ B කොටස (ප්‍රශ්න 11 – 17)

A කොටස

B සේවක

පුළුන පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. මේ සඳහා කවදායී පාලිවිචි කරන්න. නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු “A” සහ “B” කොටසේ එක් පිළිතුරු පත්‍රයක් වන සේ “A” කොටස උචින් තිබෙන පරිදි අමුණා විනාග යාලාධිපතිට ණර ගෙන්න.

පරින්ශකල්ගේ පැයෝග්‍රනය කළහා පමණි

(10) සංයුත්ත ගණනය I		
කොටස	ප්‍රේන අංක	ලැබු ලක්ෂණ
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	

ජ්‍යෙෂ්ඨ පිටපත

ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

සිංහල අංක

උත්තර පතු පරික්ෂක	
පරික්ෂා කලේ	1
	2
අධිකාරීය කලේ	

A කොටස

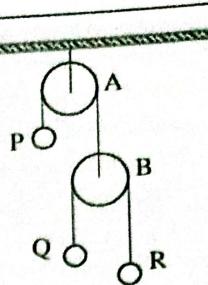
යියලුම ප්‍රශ්න සඳහා පිළිබුරු සපයන්න.

- (01) එක එකකි සේකන්දිය m වූ A හා B අංශ දෙකක් පුම්ව තිරස ගෙවීමක් මත එකම සරල රේඛාවේ, එහෙත් ප්‍රතිචිරුදු දිගාවලට වලනය වෙනින් සරල ලෙස ගැටෙ. ගැටුමට මොහොත්ව පෙර A හා B හි ප්‍රවේශ පිළිවෙළන් ගැටුමෙන් පසු අංශවල ප්‍රවේශ සෞයන්න. $e > \frac{1}{7}$ නම් $3n$ හා $4n$ වේ. A හා B අතර ප්‍රත්‍යාග්‍ය සංශෝධනය \pm නම් ගැටුමෙන් පසු අංශවල ප්‍රවේශ සෞයන්න.



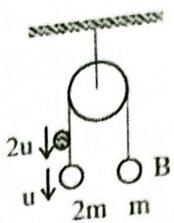
- (02) තිරසට 30° ක් ආනන්ව තිරස පොලොව මත පිහිටි O ලක්ෂණයක සිට ප්‍රක්ෂේපය කරන ලද අංශවක එකිනෝ ඉහළම ලක්ෂණයේදී ප්‍රවේශය $\frac{3\sqrt{3}n}{2}$ වේ. උපරිම උස ලබාගැනීමට ගත හි කාලය $\frac{3n}{2g}$ බවද තිරස පරායය $\frac{9\sqrt{3}n}{2g}$ බවද පෙන්වන්න.

- (03) සුම් අවල A කරුණියක් මතින් යන සඟල්පු අවිනාශ තන්තුවක එක් කොළඹට ඇත් කොළඹට ඇත් සැකන්ධිය 3m වූ P අංගුවක් අමුණා ඇති අතර අනෙක් කොළඹට සැකන්ධිය m වූ B සවල කරුණියක් ඇදා ඇත. සවල B කරුණිය මතින් යන සඟල්පු අවිනාශ තන්තුවක දෙකොළඹට සැකන්ධ පිළිවෙළින් m හා 2m වූ Q හා R අංගු ඇදා ඇත. පද්ධතිය නිසැලනාවයෙන් මුදා භල විට P, B හා BQR පද්ධතියට වලින සම්කරණ ලියා දක්වන්න.



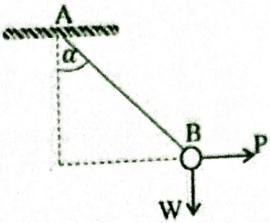
- (04) 3000kg සැකන්ධියක් ඇති රථයක් 10kw උපරිම ජවයෙන් හිළු කරයි. තිරසට ආනකිය $\sin^{-1} \frac{1}{50}$ වූ ආනත තලයක් දැඟ ඉහළට රථය $8ms^{-1}$ වේගයෙන් ගමන් කරයි. ගුරුත්ව බලය හැර වලිනය සඳහා ප්‍රතිරෝධය 150N කි. මෙම වේගයේ රථයට ලබාගත හැකි උපරිම ත්වරණය සොයන්න.

(05) ස්කන්ද පිළිමලින් 2m හා m වූ A හා B අංශ දෙකක්. අවල පුම්ව කපරියක් මේන් යන ඔහුල්ල අවශ්‍යතා තන්තුවක දෙකකළවරට ඇදා තීදුණුව වෙයි. පද්ධතිය ය ප්‍රවේශයෙන් වලනය වන විට A ට සිරස්ව ඉහළින් මුදා හරින ලද ස්කන්දය m වූ අංශයක් 2u ප්‍රවේශයෙන් වලනය විට A අංශය හා ගැටී හා වේ. ගැටුම සිදුවන මොහොතේ තන්තුවට ආවේශය දී. ගැටුමෙන් මොහොතාකට පසු B ති ප්‍රවේශයද සොයන්න

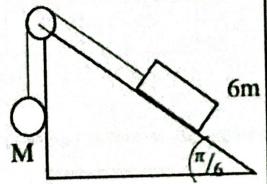


(06) $\underline{a} = \alpha \underline{i} + (\alpha - 1) \underline{j}$ හා $\underline{b} = (\beta - 1) \underline{i} + \beta \underline{j}$ යැයි ගනිමු. \underline{a} දෙශීකය 4\underline{i} + 3\underline{j} දෙශීකයට සමාන්තර වන අතර \underline{a} හා \underline{b} එකිනෙකට ලමිනක වේ. α හා β ති අගය සොයන්න.

- (07) එක් කෙළවරක් සිදුමේ උක්ෂයකට සම්බන්ධ කර ඇති සඟැල්ල අවශ්‍ය තන්තුවක් අනෙක් කෙළවරට බර W වූ අංගුවක් සම්බන්ධ කර, අංගුවට P තිරස් බලයක් යොදු වීම, රුපයේ පරිදි තන්තුව පිරසට α කෙළුයක් ආනකට සමතුලිතව පිහිටියි. තන්තුවේ ආනකියන්, P හි අයයන් පොයන්න.



- (08) තිරසට $\frac{\pi}{6}$ ආනක රෝ ආනන තලයක ඉහළ කෙළවර ඇති පුමට කජ්පියක් මතින් යන සඟැල්ල අවශ්‍ය තන්තුවක දෙකෙළවරට ස්කන්ධය M හා $6m$ වූ අංගු දෙකක් ගැට යොමු රුප සටහනේ පරිදි තබා ඇත. පද්ධතිය සීම්කාරී සමතුලිතනාවයේ ඇත්තම් හා සර්ථක සංගුණකය $\frac{1}{2\sqrt{3}}$ නම් $3m < 2M < 9m$ වන බව පෙන්වන්න.



- (09) A හා B යනු ඉ නියයේ අවකාශයක සිද්ධී දෙකක් යැයි ගතිමූ. සුපුරුදු අංකනයෙන් $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{5}$ හා $P(A' \cap B) = \frac{2}{5}$ බව දී ඇත. $P(B)$ හා $P(A' \cap B')$ සොයන්න. මෙහි A' හා B' වලින් පිළිබඳින් A හා B හි අනුපූරණ සිද්ධී දැක්වේ.

- (10) පාසල් සිජ්‍යාවන් අතරින් අහමු ලෙස තොරුගත් සිජ්‍යාවන් 100 ක ප්‍රෝෂීය පදනම් කරගත් සංඛ්‍යා ව්‍යාප්තියක් පහත දැක්වේ.

ප්‍රෝෂීය	6	7	8	9	10	11
සංඛ්‍යා හා	15	a	25	b	15	5

සංඛ්‍යා ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය 8.15 බව දී ඇත්තාම් a හා b හි අගයන් නිර්ණය කර මාතරය හා මධ්‍යස්ථා සොයන්න.



අවසාන වාර පරීක්ෂණය - 2022

සංයුත්ත ගණිතය I

13 ගේණිය

Rathnavali Balika Vidyalaya - Gampaha, Rathnavali Balika Vidyalaya - Gampaha, Rathnavali Balika Vidyalaya - Gampaha, Rathnavali Balika Vidyalaya - Gampaha

B කොට්ඨාස

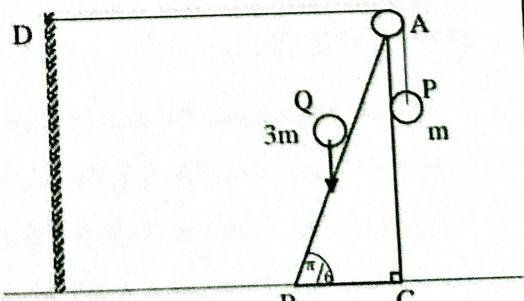
- (11) a. A හා B යනු සූත්‍ර මාරුයක එකිනෙක 6a දුරින් වූ ලක්ෂණ දෙකකි. A සිට B දෙසට නිශ්චිලතාවයෙන් ගමන් අරඹන P මෙටර රථයක් නියත f ක්වරණයෙන් T කාලයක් වලින විශිෂ්ට උපරිම වේගය අන්තර ගනී. එම වේගයෙන් T කාලයක් ගමන් කර අනතුරුව නියත මන්දනයකින් වලින විශිෂ්ට නිශ්චිලතාවයට පත්වේ. P මෙටර රථය ගමන් අරඹා T කාලයකට පසු Q නම් තවත් මෙටර රථයක් v වේගයෙන් B පසු කරමින් A P මෙටර රථය ගමන් අරඹා T කාලයකට පසු Q නම් තවත් මෙටර රථයක් v වේගයෙන් B පසු කරමින් A නම් වලින සඳහා ප්‍රවේශ-කාල ව්‍යුත් එකම සටහනක ඇඟි.

$$\text{ඒනහින්, } v = \frac{12a}{T} - 2fT \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

නවද, P මෙටර රථය මන්දනය කිරීම අරඹන විටම Q හමුවේ නම් T = $\sqrt{\frac{6a}{f}}$ බවද පෙන්වන්න.

- b. A හා B යනු එකිනෙකට $3d \text{ km}$ දුරින් වූ හා A ව නැගෙනහිරින් B පිහිටන පරිදි වූ ගුවන්කොටුපොල දෙකකි. සුලුයක් නොමැති විට ගුවන් යානයක් A සිට B කරා AB බිජ්‍යෝ $u \text{ kmh}^{-1}$ වේගයෙන් පියාසර කිරීමට පටන් ගනී. එය $d \text{ km}$ දුරක් ගමන් කළ පසු එක්වරම නිරින දියාවේ සිට $v \text{ kmh}^{-1} (> u)$ වේගයෙන් නමා එන සුලුයකට අසුලු. සුලුව ගසාගෙන යාම නිසා ගුවන් යානයට B ගුවන් කොටුපොලට යාමට නොහැකි වන බව පෙන්වන්න. එයට යා හැකි B ව උතුරින් පිහිටි ආසන්නතම ස්ථානය C නම් BC දුර සෞයන්න. ගුවන් යානයට C වෙත යාමට ගතවන මූල්‍ය කාලයද සෞයන්න.

- (12) a. රුපයේ දැක්වෙන්නේ $AB = 6a$ වන , BC අඩංගු මූෂ්‍යන් සුමට තිරස ගෙවීමක් මත තබන ලද ස්කන්ධය $5m$ වන සුමට එකාකාර කුස්ස්සුයක සිරස් හරස්කාව වේ. AB යනු 12π උපරිම බැඩිම පෙළාව වේ. AC සිරස් වන අතර , D යනු AD තිරස් වන පරිදි ABC කුස්ස්සුයයි B ලක්ෂයයෙහි සිට $2a$ දුරකින් වූ සිරස් බිත්තිය මත වූ අවල ලක්ෂයයකි. A හි සටහන ඇති කුඩා සුමට කෙටියක් මතින් යන දි $7a$ වූ පැහැල්පු අවිතන් තන්තුවක එන් කෙළවරක් ස්කන්ධය m වූ P අඩංගුවකට ඇදා ඇති අතර අනෙක් කෙළවර බිත්තිය මත වූ අවල D ලක්ෂයකට සටිකර ඇති. ස්කන්ධය $3m$ වූ Q අඩංගුවක AB මත තබා ඇති. රුපයේ දැක්වෙන පරිදි $AP = AQ = 2a$ ලෙස ඇතිව පද්ධතිය නිශ්චිලතාවයෙන් මුදා භරිනු ලැබේ. කුස්ස්සුය බිත්තිය මත ගැටෙන මොහොමයේ කුස්ස්සුය සාලේක්ෂව Q හි ප්‍රවේශය කිරීමට ප්‍රමාණවන් සම්කරණ ලබා ගත්තා.



- b. P අංගුවක් a දිගැති ප්‍රාදු අවනතා තන්තුවක් අපුරණන් O අවල ලක්ෂණකට සඩාදී තිබේ. O ට සිරස් ලස් ඉහුලින් a උසකි P අල්ලා තබාගෙන එය සිරස් දිගාවක් මිශ්චේ u ප්‍රශ්විගයකින් ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ.
- $u^2 > ag$ නම්, P අංගුව සම්පූර්ණයෙන් ව්‍යුත්තය ගෙවන බව පෙන්වන්න.
 - $u^2 < ag$ නම්, P අංගුව $\sqrt{\frac{u^2+ag}{3}}$ ආරම්භක ප්‍රශ්විගයකින් ප්‍රක්ෂේපණක් ලස් ව්‍යුත්තකාර මාර්ගය හැර යන බවක් පෙන්වන්න.

- (13) ස්වභාවික දිග l වූ සැහැල්පු ප්‍රස්ථාප්ත්‍ර තන්තුවක එක් කෙළවරකට ස්කන්ධිය m වූ P නම් නම් අංගුවක් ඇදා ඇත. තන්තුවෙහි අනෙක් කෙළවර O නම් ලක්ෂණකට ඇද ඇත. P අංගුව A ලක්ෂණයේ සමතුලිනතාවයෙන් එල්ලන විට තන්තුවේ විතනිය l වේ. තන්තුවේ ප්‍රත්‍යාස්ථා මාපාංකය mg බව පෙන්වන්න.
- දැන් අංගුව A හි නම් $3\sqrt{gl}$ ප්‍රශ්විගයෙන් සිරස්ව පහලට ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. A සිට l දුරක් පහලින් වූ B හිදී P හි ප්‍රශ්විගය සොයන්න.
- $c (> 0)$ නියතයක් වන විට $x^2 = \frac{g}{l} (c^2 - x^2)$ මගින් දෙනු ලැබේ යැයි උපකල්පනය කරමින් c හි අය සොයන්න. තවද අංගුව B දක්වා ගමන් කිරීමට ගෙවන කාලය ද සොයන්න.

අංගුව B ලක්ෂණයට එළඹින විටම තවත් ස්කන්ධිය m වූ අංගුවක් P ව සිරුවෙන් අමුණනු ලැබේ. තන්තුවේ මුළු දිග $2l + x$ වන විට සංපුර්ක්ත අංගුවේ විශිෂ්ට සම්කරණය $\ddot{y} + \frac{g}{2l}(y - l) = 0$ බව පෙන්වන්න. පහලට ගමන් කිරීමෙන් අනතුරුව තැවතින P අංගුව A කරා එළඹීමට ගෙවන කාලය සොයන්න.

- (14) a. $OABC$ යනු සමාන්තුරාසුයක් යැයිද, D යනු AC මත $AD:DC = 2:3$ යන පරිදි වූ ලක්ෂයක් යැයුද තනිමු. O අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂයවල පිහිටුම් දෙදිකි පිළිවෙළින් $\lambda \underline{a}$ හා \underline{b} වේ. මෙහි $\lambda > 0$ වේ. \overline{OC} හා \overline{BD} දෙදිකි $\underline{a}, \underline{b}$ හා λ ඇසුරින් ප්‍රකාශ කරන්න.

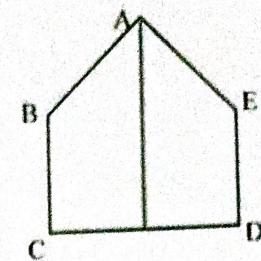
දැන් \overline{OC} යන්න \overline{BD} ට ලමින රේ යැයි ගනිමු. $5|\underline{a}|^2 \lambda^2 + 3(\underline{a} \cdot \underline{b})\lambda - 2|\underline{b}|^2 = 0$ බව පෙන්වා. $|\underline{a}| = |\underline{b}|$ හා $A\hat{O}B = \frac{\pi}{3}$ නම් λ හි අය සොයන්න.

- b. ABC යනු පාදක දිග $2a$ වූ පමණාද ත්‍රිකෝණයකි. පිළිවෙළින් AB, BC හා AC පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂය D, E හා F වේ. විශාලත්ව $PN, QN, 2\sqrt{3}N, 3\sqrt{3}N$ හා $6N$ වූ බල පිළිවෙළින් AB, CB, BF, DC හා AC දිගේ අක්ෂර අනුවලිවෙළින් දැක්වෙන දිගාවලට ක්‍රියා කරයි. සම්පූර්ණක් බලයේ විශ්වාසය $10\sqrt{3}N$ ද එහි දිගාව AE ව සමානරා A සිට E අතට වූ දිගාව බවට දී ඇත. P හා Q හි අයන් සොයන්න.

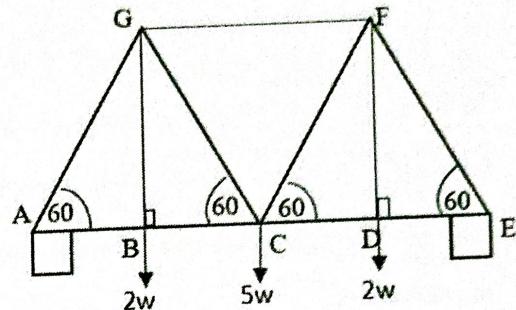
සම්පූර්ණක් බලයේ ක්‍රියා රේඛාව AB පාදය ගම්වන ලක්ෂයට A සිට දුරදු සොයන්න.

දැන් සම්පූර්ණක් බලය A හරහා යන පරිදි සුර්යය M nm වූ යුතුමයක් පද්ධතියට එකතු කරනු ලැබේ. M හි විශාලත්වය හා දිගාව සොයන්න.

(15) a. රුපසටහන් දක්වා ඇත්තේ තුනි එකාකාර දූලු පහතින් සඳහා $ABCDE$ පංචප්‍රාකාර රාමු සැකිල්ලකි. පද්ධතිය A ලක්ෂණයෙන් එල්ලා සිරස් තෙයක රුප සටහනේ පරිදි සමතුලිතව පවතිනුයේ A හා CD දීමෙන් මධ්‍ය උක්ෂය යා කරන දිග $(1 + \sqrt{3})l$ වූ සැහැල්ල දීමෙන් මගිනි. $AB = AE = 2\sqrt{3}l$, $BC = DE = l$, $CD = 2l$ වේ. දූල්වල බර එහි දීගට සමානුපාතික වන බවට BC දීමෙන් බර w යැයිද සලකා B හා C සන්ධිවල ප්‍රතික්‍රියා සොයන්න. සැහැල්ල දීමෙන් ආනතිය $(3 + \sqrt{3})w$ බවට පෙන්වන්න.



b. රුප සටහනේ දක්වා ඇති සැහැල්ල දූලු 11 කින් සමන්විත රාමු සැකිල්ල A හා E හිදී සුම්මත ආබාධක 2 හේ මත තබා ඇති අතර B, C හා D නේ $2w, 5w$ හා $2w$ භාරයන් එල්ලා ඇත. බෝ අංකනය භාවිතයෙන් ප්‍රත්‍යා බල සටහන ඇද AB, BC, CG, AG, GF හා GB දූල්වල ප්‍රත්‍යා බල ආනතිය, තෙරපුමිද යන බව දක්වමින් ගණනය කරන්න.

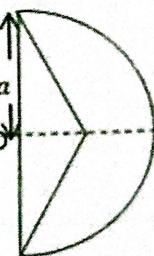


(16) (i) අරය a වන හා කේත්දුයේ $2a$ නොශක් ආපාතනය කරන විටත් වාපයක ගුරුත්ව කේත්දුය නොශක් යි

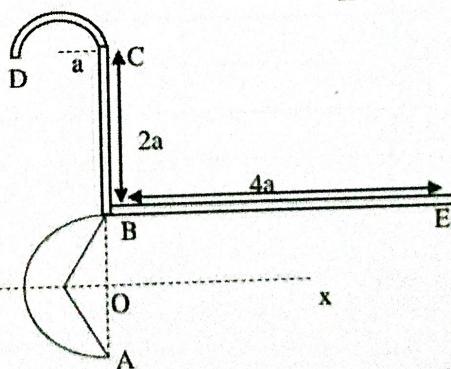
$$\text{සිට } \frac{a \sin \alpha}{a} \text{ දුරකින්ද}$$

(ii) පතුලේ අරය a හා උස h වූ එකාකාර සන සැපු වාත්ත කේතුවක ගුරුත්ව කේත්දුය පතුලේ කේත්දුයේ සිට $\frac{h}{4}$ දුරකින්ද පිශිවන බව පෙන්වන්න.

P යනු අරය $2a$ වූ එකාකාර සන අර්ථ ගෝලයකින් පතුලේ අරය $2a$ හා උස a වන කේතුවක් හාරා ඉවත් කර පාදා ගන්නා ලද සන වස්තුවකි. එහි ගුරුත්ව කේත්දුය පතුලේ කේත්දුය වන මිට් $\frac{11a}{12}$ දුරකින් පිශිවන බව පෙන්වන්න.



රුපයේ දැක්වෙන පරිදි P වස්තුවට එහි පරිධිය මත පි B ලක්ෂණයේ දිග $2a$ වූ BC තුනි එකාකාර දීමික් සවිකර, B හිදී දීමිව දිග $4a$ වූ තුනි එකාකාර BE දීමික්ද අරය a වූ CD එකාකාර අර්ථ වාත්තනාකාර කම්බියක්ද දාඩිව සවි කිරීමෙන් නගුලක් පාදා ඇත. P වස්තුවේ, BC දීමි, BE දීමි හා CD කම්බියේ එකත දීගත ජ්‍යෙන් පිළිවෙළින් $\frac{\rho}{\pi}, a^2\rho, a^2\rho$ හා $\frac{a^2\rho}{\pi}$ ද වේ.



නගුලේ ගුරුත්ව කේත්දුය OX සිට ඉහළට $\frac{2a}{11\pi}(1+7\pi)$ දුරකින්ද, OB සිට $\frac{10a}{33}$ දුරකින්ද පිශිවන බව පෙන්වන්න.

නගුල A ලක්ෂණයෙන් එල්ල විට BC දීමි සිරස් ප්‍රත්‍යා ආනතිය $\tan^{-1}\left(\frac{5\pi}{3(18\pi+1)}\right)$ බවට පෙන්වන්න.

(17) a) එකතු සම්ඛලක නිපදවන විදුරු බදුනක් දැංච සඳහා පරීක්ෂා කෙරේ. නිපදවන මිනුම බදුනක වාසු බුබුල් හිඩීමේ සම්භාවිතාව 0.025 කි. වාසු බුබුල් යොනක් පරුද විෂම සම්භාවිතාව 0.4 වන අතර වාසු බුබුල් රැකිත බදුනක් පරුද තොටීමේ සම්භාවිතාව 0.996 කි.

- (i) සම්භාවි ලෙස තොරාගන්නා ලද බදුනක් පරුද විෂම සම්භාවිතාව සොයන්න.
- (ii) සම්භාවි ලෙස තොරාගන්නා ලද බදුනක් පරුද වි හිඩී නම් එය වාසු බුබුල් රැකිත විෂම සම්භාවිතාව සොයන්න.
- (iii) බදුනක පරුද සිදු විම වාසු බුබුල් ඇති විෂමත් ජ්‍යෙයක් වේද?

b) \bar{x} හා σ_x යනු පිළිවෙළින් $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ දත්ත කුලකයේ මධ්‍යන්ය හා සම්මත අපගමනය යැයිද $i = 1, 2, \dots, n$ සඳහා $y_i = \frac{x_i - \bar{x}}{\sigma_x}$ යැයිද ගනිමු. මෙහි α හා $\beta (> 0)$ තාත්ටික නියත වේ. $\bar{y} = \frac{\bar{x} - \alpha}{\beta}$ හා $\sigma_y = \frac{\sigma_x}{\beta}$ බව පෙන්වන්න. මෙහි \bar{y} හා σ_y යනු පිළිවෙළින් $\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ දත්ත කුලකයේ මධ්‍යන්ය හා සම්මත අපගමනය වේ.

පාන දක්වා ඇත්තේ වයස අවුරුදු 50 ව වැඩිපුද්ගලයින් ලෙවෙන ප්‍රතිකාර සඳහා ලෙවෙන මධ්‍යස්ථානයක් වෙත යොමු කරවීමේ ව්‍යාප්තිය දැක්වන සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියකි.

වයස(අවුරුදු)	රෝගීන් ගණන
50-54	3
55-59	7
60-64	15
65-69	30
70-74	41
75-79	35
80-84	5
85-89	4
90-94	2
95-99	8

පන්ති ප්‍රාන්තර විල මධ්‍ය අගය x නම් $d = \frac{x-72}{5}$ පරීක්ෂාමනය හාවිතයෙන් මෙම ව්‍යාප්තියෙහි මධ්‍යන්ය μ , මධ්‍යස්ථානය M_d හා සම්මත අපගමනය ර සොයා කුටිකතා සංගුණකය $K = \frac{3(\mu - M_d)}{\sigma}$ හාවිතයෙන් කුටිකතා සංගුණකය එක් දෙම් ස්ථානයකට ආසන්න ලෙස ගණනය කරන්න.