



**ආචාර්ය විද්‍යාලය කොළඹ 10**

**10 S I**

**අවසාන වාර පරීක්ෂණය - 2022 ඔක්තෝබර්**  
**අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2022**

**සංයුක්ත ගණිතය I**  
**Combined Maths I**

**13 ශ්‍රේණිය**

**පැය තුනයි**  
**Three hours**

**අමතර කියවීම් කාලය - මිනිත්තු 10 යි**  
**Additional Reading Time - 10 minutes**

නම : .....

**අමතර කියවීම් කාලය ප්‍රශ්න පත්‍රය කියවා ප්‍රශ්න තෝරා ගැනීමටත් පිළිතුරු ලිවීමේදී ප්‍රමුඛත්වය දෙන ප්‍රශ්න සංවිධානය කර ගැනීමටත් යොදාගන්න.**

**උපදෙස් :**

- \* මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.  
**A කොටස** (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න 11 - 17)
- \* **A කොටස**  
 සියලුම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩේහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකිය.
- \* **B කොටස**  
 ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
- \* නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A කොටස**, **B කොටසට** උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
- \* ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B කොටස** පමණක් විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙනයාමට ඔබට අවසර ඇත.

**පරීක්ෂකගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.**

(10) සංයුක්ත ගණිතය I		
කොටස	ප්‍රශ්න අංක	ලැබූ ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
	ප්‍රතිශතය	

පත්‍රය I	
පත්‍රය II	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

**අවසාන ලකුණු**

ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

**සංකේත අංක**

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක	
පරීක්ෂා කළේ:	1
	2
අධීක්ෂණය	























අවසාන වාර පරීක්ෂණය - 2022 ඔක්තෝබර්  
අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2022

සංයුක්ත ගණිතය I  
Combined Maths I 13 ශ්‍රේණිය

\* B කොටසින් ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

B කොටස

11. (a)  $x^2 + px + q = 0$  වර්ගජ සමීකරණයේ මූල  $\alpha$  හා  $\beta$  ද  $x^2 - rx + s = 0$  වර්ගජ සමීකරණයේ මූල  $\alpha^4$  හා  $\beta^4$  ද වේ.

$p^2$  යන්න  $X^2 - 4qx + 2q^2 - r = 0$  වර්ගජ සමීකරණයේ මූලයක් බව පෙන්වන්න. අනෙක් මූලය  $p$  හා  $q$  ඇසුරින් දක්වන්න. එනමින්  $x^2 - 4qx + 2q^2 - r = 0$  සමීකරණයේ මූල තාත්වික හා ප්‍රතිවිරුද්ධ ලකුණු සහිත බව පෙන්වන්න.

(b)  $f(x) = x^4 + ax^3 + 2x^2 + bx - 24$  යයි ගනිමු. මෙහි  $a, b \in \mathbb{R}$  වේ.  $(x-2)$  හා  $(x+3)$  යනු  $f(x)$  හි සාධක වේ.  $a$  හා  $b$  නියත සොයන්න.

$f(x)$  යන්න රේඛීය සාධක වල ගුණිතයක් ලෙස දක්වන්න.  
 $f(k+x)$  බහුපදයේ  $(x+6)^2$  සාධකයකි.  $f(k+x)$  බහුපදය  $(x+2)(x^2+1)$  මගින් බෙදුවීම ශේෂය සොයන්න.

12. (a) අක්ෂර හෝ ඉලක්කම් හෝ යොදා ගනිමින් කාඩ්පත් හයකින් යුත් සංඥාවක් සෑදීමට අවශ්‍යව ඇත.  $B_1$  හා  $B_2$  යනු සර්වසම පෙට්ටි දෙකකි.  $B_1$  පෙට්ටියේ 1 සිට 5 දක්වා අංක යෙදූ රතු කාඩ්පත් 05 ක් ද ඇත.  $B_2$  පෙට්ටියේ A සිට E තෙක් අක්ෂර යෙදූ රතු කාඩ්පත් 05 ක් ද, F සිට I තෙක් අක්ෂර යෙදූ නිල් කාඩ්පත් 04 ක් ද ඇත. මෙම පෙට්ටි දෙකෙන් කාඩ් පත් 06 ක් පමණක් ලබාගනිමින් එකිනෙකට වෙනස් සංඥා සාදනු ලැබේ. පහත සඳහන් අවස්ථා සඳහා සෑදිය හැකි එකිනෙකට වෙනස් සංඥා ගණන සොයන්න.

- (i) කාඩ්පත් 6 ම  $B_1$  පෙට්ටියෙන් වීම
- (ii) නිල් කාඩ් පත් පමණක් වීම
- (iii) එක් එක් පෙට්ටියෙන් කාඩ්පත් 3 බැගින් ගතයුතු අතර ඒවා රතු කාඩ්පත් 3 ක් හා නිල් කාඩ්පත් 3 ක් ද වීම.

(b)  $r \in \mathbb{Z}^+$  සඳහා  $U_r = \frac{1}{3^r} \left[ \frac{r+1}{(2r-1)(2r+1)} \right]$  යයි ගනිමු.  $r \in \mathbb{Z}^+$  සඳහා  $U_r = V_r - V_{r+1}$  වන පරිදි  $V_r$

ග්‍රිහය සොයන්න.  $\sum_{r=1}^n U_r = \frac{1}{4} - \frac{1}{4(2n+1)3^n}$  එනමින් බව පෙන්වන්න.

$\sum_{r=1}^{\infty} U_r$  ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව පෙන්වා එහි ඵලතය සොයන්න.

එනමින්  $\sum_{r=n-10}^{n+5} U_r$  සොයන්න.



සංයුක්ත ගණිතය I

13. (a)  $A = \begin{pmatrix} a & -5 \\ 1 & b \end{pmatrix}$ , ගණය  $2 \times 2$  වූ න්‍යාසයකි.  $f(\lambda) = \lambda^2 - 2\lambda + 2$  වේ.  $f(A) = 0$  නම්  $a$  හා  $b$  හි අගයන් සොයන්න. මෙහි  $a < 0$  හා  $b > 0$  වේ. තවද  $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -6 \end{pmatrix}$  හා  $2C = AB^T + 4I$  නම්  $C$  න්‍යාසය සොයන්න.

$C^{-1}$  පවතින බව පෙන්වා  $C^{-1}AC^{-1} + B = PC^{-1}$  නම්  $P$  න්‍යාසය සොයන්න.

(b)  $Z_1, Z_2$  සංකීර්ණ සංඛ්‍යා දෙකක් නම් පහත සඳහන් ප්‍රකාශ ව්‍යාප්ත කරන්න.

(i)  $Z_1 \bar{Z}_1 = |Z_1|^2$

(ii)  $|Z_1 - Z_2|^2 = |Z_1|^2 + |Z_2|^2 - 2\text{Re}(Z_1 \bar{Z}_2)$  බව සාධනය කරන්න.

$Z_1$  හා  $Z_2$  සංකීර්ණ සංඛ්‍යා දෙකෙහි  $\left| \frac{\bar{Z}_1 - 2\bar{Z}_2}{2Z_1 \bar{Z}_2} \right| = 1$  හා  $|Z_2| \neq 1$  නම්  $|Z_1| = 2$  බව පෙන්වන්න.

(c) සියළු ධන නිඛිල සඳහා ද මූලාවර් ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කරන්න.

$Z \frac{(\sqrt{3} + i)^{17}}{(1-i)^{50}}$  නම් බව  $\arg(Z) = \frac{4\pi}{3}$  පෙන්වන්න.

14. (a)  $F(x) = \frac{(x-2)^2}{(x-1)^3}; x \neq 1$  ශ්‍රිතයේ  $x$  විෂයයන් ව්‍යුත්පන්නය  $F'(x)$  යන්න  $F(x) = \frac{-(x-2)(x-4)}{(x-1)^4}; x \neq 1$  මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

එමගින් ශ්‍රිතයේ හැරුම් ලක්ෂ හා ස්පර්ශෝන්මුඛ රේඛා දක්වමින්  $y = F(x)$  ශ්‍රිතයේ දළ සටහනක් ඇඳ දක්වන්න.

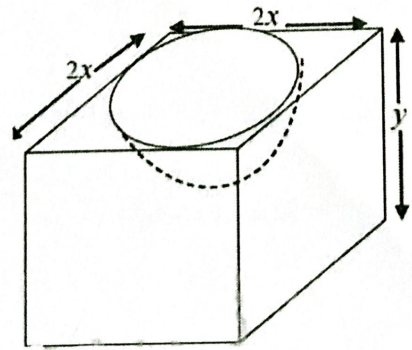
$x$  විෂයයෙන් දෙවැනි ව්‍යුත්පන්නය  $F''(x)$  යන්න සොයන්න.

$F''(x) = \frac{k(x-a)(x-b)}{(x-1)^5}$  ආකාරයෙන් දක්වන්න.

එනමින්  $(2, \infty)$  ප්‍රාන්තරය තුළදී ලැබිය හැකි තනිවර්තන ලක්ෂ්‍යවල බන්ධාංක ඉහත දළ සටහනේ ලකුණු කරන්න.

(b) පැත්තක දිග මීටර  $2x$  බැගින් වන සමචතුරස්‍රාකාර පතුලක් සහිත උස  $y$  වූ ඝනකාභයක මුදුන් පෘෂ්ඨය මත අරය  $x$  වූ අර්ධ ගෝලාකාර කුහරයක් භාරා ඉවත් කරන ලදී. ඉතිරිවන ඝන වස්තුවේ පරිමාව ඝන මීටර 72 වන පරිදි පවත්වා ගනිමින් සෑදිය හැකි එවැනි ඝන වස්තුවක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය

අවම වන්නේ  $x = \frac{6}{\sqrt[3]{7\pi + 24}}$  මීටර වන විට බව පෙන්වන්න.





15. (a) පහත දැක්වෙන සරළ සාමාන්‍යයෙහි A, B හා C නියතයන්හි අගයන් සොයන්න.

$$3x^5 + 4x^4 + 6x^3 + 18x^2 + 16 = Ax^3(x^2 + 2) + B(x^2 + 2)^2 + Cx^2$$
 එනමින්

$$\frac{3x^5 + 4x^4 + 6x^3 + 18x^2 + 16}{x^2(x^2 + 2)}$$
 යන්න ඒකක භාගවලින් ලියා  $\int \frac{3x^5 + 4x^4 + 6x^3 + 18x^2 + 16}{x^2(x^2 + 2)} dx$  සොයන්න.

(b)  $\frac{2\sqrt{1-\sin x}}{1+\cos x} = \sec \frac{x}{2} - \tan \frac{x}{2} \sec \frac{x}{2}$  බව පෙන්වා කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන්

$$\int_0^{\frac{\pi}{3}} e^{-\frac{x}{2}} \frac{\sqrt{1-\sin x}}{1+\cos x} dx = 1 - \frac{2}{\sqrt{3}} e^{-\frac{\pi}{6}}$$
 බව පෙන්වන්න.

(c)  $\frac{d}{dx}(x^2 \tan^{-1} x + \tan^{-1} x) = 2x \tan^{-1} x + 1$  බව පෙන්වන්න.

$$\int_0^1 (2x \tan^{-1} x + 1) dx = \frac{\pi}{2}$$
 බව පෙන්වන්න.

a නියතයක් වන  $\int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a-x) dx$  ප්‍රතිඵලය සාධනය කර එනමින්

$$\int_0^1 (2x-3) \tan^{-1}(1-x) dx$$
 හි අගය සොයන්න.

16. (a) (i)  $a_1x + b_1y + c_1 = 0$  හා  $a_2x + b_2y + c_2 = 0$  යන සරල රේඛා දෙකෙහි කෝණ සමච්ඡේදකවල සමීකරණ ලබාගන්න.

$S_1 = x^2 + y^2 + 2g_1x + 2f_1y + c_1 = 0$  වෘත්තය හා  $S_2 = x^2 + y^2 + 2g_2x + 2f_2y + c_2 = 0$  වෘත්තය ප්‍රලම්බව ඡේදනය වීම සඳහා අනිවාර්ය හා ප්‍රමාණවත් අවශ්‍යතාව  $2(g_1g_2 + f_1f_2) = c_1 + c_2$  බව පෙන්වන්න.

(ii) කේන්ද්‍රය (1, -1) හා අරය ඒකක 2 ක් වන වෘත්තයක් හා  $2x + 3y + 1 = 0$  රේඛාවේ ඡේදන ලක්ෂ්‍ය හරහා ගමන් කරන වෘත්තයක් S මගින් නිරූපනය වේ. තව ද මෙම S වෘත්තය (0, 3), (-2, -1) ලක්ෂ්‍ය යා කරන රේඛා ඛණ්ඩය විෂ්කම්භය ලෙස ඇති වෘත්තය ප්‍රලම්බව ඡේදනය කරයි නම් S වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න. ප්‍රලම්බව ඡේදනය වන වෘත්ත දෙකෙහි කේන්ද්‍ර යා කරන රේඛාවන් (0, 3), (-2, -1) ලක්ෂ්‍ය දෙක යා කරන රේඛා අතර කෝණ සමච්ඡේදකවල සමීකරණ සොයන්න.

(b)  $2x(x-a) + y(2y-b) = 0$  ( $a \neq 0, b \neq 0$ ) මගින් වෘත්තයක් නිරූපනය වේ යයි ගනිමු.

වෘත්තය මත පිහිටි  $(a, \frac{b}{2})$  ලක්ෂ්‍යයේ සිට අඳිනු ලබන ජ්‍යායන් 02 ක් එක එකක් x අක්ෂය මගින් සමච්ඡේදනය කිරීමට අවශ්‍යතාව  $a^2 > 2b^2$  බව පෙන්වන්න.



සංයුක්ත ගණිතය I

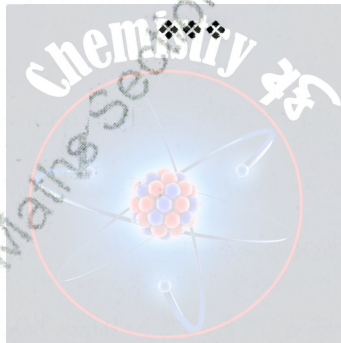
17. (a) සම්මත අංකනයෙන් ඕනෑම ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සයින නීතිය සාධනය කරන්න. එනමින්  $b^2 + c^2 - a^2 = 2bc \cos A$  බව පෙන්වන්න.

(i)  $a^2 \sin 2B - b^2 \sin 2A = 2ab \sin(A - B)$

(ii)  $C(a \cos B - b \cos A) = a^2 - b^2$  බව සාධනය කරන්න.

තවදුරටත් ඕනෑම ත්‍රිකෝණයක් සඳහා  $a \cos A = b \cos B$  නම් ABC ත්‍රිකෝණය සාප්තකෝණ සමද්‍රව්‍ය ත්‍රිකෝණයක් වන බව පෙන්වන්න.

(b) සියළු තාත්වික x සඳහා  $f(x) = 2\cos^2 x + 2\sqrt{3}\sin x \cos x - 1$  යන්න  $R \cos(2x - \alpha)$  ආකාරයට ප්‍රකාශ කර  $0 \leq x \leq \pi$  සඳහා  $y = f(x)$  ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්ථාරය අඳින්න. මෙහි  $\alpha$  හා R යනු නිර්ණය කළ යුතු නියත වේ.  $0 \leq x \leq \pi$  තුළ විසඳුම් දෙකක් පමණක් තිබීමට  $(\cos x + \sqrt{3}\sin x) = \frac{(k+1)}{2\cos x}$  සමීකරණයේ k සඳහා ගත හැකි අගය පරාසය ලියා දක්වන්න.



Ananda College Maths-Science Exam Management Unit





**අවසාන වාර පරීක්ෂණය - 2022 ඔක්තෝම්බර්**  
**අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2022**

**සංයුක්ත ගණිතය II**  
**Combined Maths II**

**13 ශ්‍රේණිය**

**පැය තුනයි මී 10**

නම : .....

**උපදෙස් :**

- \* මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.  
**A කොටස** (ප්‍රශ්න 1 - 10 ) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න 11-17)
- \* **A කොටස**  
 සියලුම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩේහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකිය.
- \* **B කොටස**  
 ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
- \* නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A කොටස**, **B කොටසට** උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.

**පරීක්ෂකගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.**

**(10) සංයුක්ත ගණිතය II**

කොටස	ප්‍රශ්න අංක	ලැබූ ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
	ප්‍රතිශතය	

පත්‍රය I	
පත්‍රය II	
එකතුව	
අවසාන ලකුණු	

**අවසාන ලකුණු**

ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

**සංකේත අංක**

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක	
පරීක්ෂා කළේ:	1
	2
අධීක්ෂණය	

























අවසාන වාර පරීක්ෂණය - 2022 ඔක්තෝබර්

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2022

සංයුක්ත ගණිතය II

Combined Maths II

13 ශ්‍රේණිය

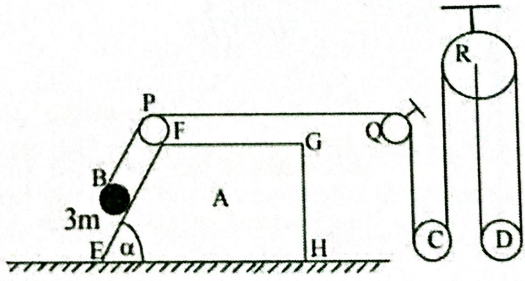
• ප්‍රශ්න 5 කට පිළිතුරු සපයන්න.

B කොටස

11. (a) සෘජු සමාන්තර දුම්රිය මාර්ග දෙකක් ඔස්සේ X හා Y නම් චූ ඩිසුගාමී දුම්රිය දෙකක් එකම දිශාවට P දුම්රිය පොලක් පසු කිරීම සඳහා ගමන් කරයි. මෙහි දී X දුම්රිය P දුම්රිය පොලට 15.5 km දුරක් තිබිය දී  $4f \text{ ms}^{-2}$  ඒකාකාර ත්වරණයකින් හා ප්‍රවේගයකින් ගමන් කරයි. එම මොහොතේම Y දුම්රියක් X දුම්රියට 3.1 km දුරක් පිටුපසින්  $5f \text{ ms}^{-2}$  ත්වරණයකින් හා  $54 \text{ km h}^{-1}$  ප්‍රවේගයකින් ගමන් කරයි. Y දුම්රිය විසින් X දුම්රිය  $t = T$  හිදී P දුම්රිය පොලට 3.3 km දුර තිබිය දී පසුකරයි නම්, X හා Y දුම්රිය දෙක සඳහා ප්‍රවේග කාල වක්‍ර එකම සටහනක ඇඳ එනායින්  $T = 20 \text{ s}$  හා  $f = 15 \text{ ms}^{-2}$  බව පෙන්වන්න.

(b) S නැවක් පොළවට සාපේක්ෂව  $u \text{ km h}^{-1}$  ප්‍රවේගයෙන් දකුණට ගමන් කරයි. එහි සරල රේඛීය පෙත P වරායක සිට නැගෙනහිර දිශාවට d ලම්භ දුරකින් පිහිටා ඇත. එක්තරා මොහොතක දී P සිට උතුරින් නැගෙනහිරට  $\theta$  කෝණයක් සාදන විටදීම නැව හමුවීම සඳහා A හා B බෝට්ටු දෙකක් P වරායේ සිට වෙනස් දිශා දෙකකට  $\frac{u}{2}$  ඒකාකාර වේගයෙන් එක විට ගමන් අරඹයි. S නැවට සාපේක්ෂව බෝට්ටුවල චලිත සඳහා ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ දෙකෙහි දල සටහන් එකම රූපයක අඳින්න. බෝට්ටුවල නියම චලිත දිශා අතර කෝණය  $90^\circ$  ක් නම්  $\sin \theta = \frac{1}{2\sqrt{2}}$  බව පෙන්වන්න. කවද නැවට සාපේක්ෂව A හා B බෝට්ටුවල ප්‍රවේග සොයන්න. A බෝට්ටුවට S නැව වෙත යාමට ගතවන කාලය  $T_A$  හා B බෝට්ටුවට S නැව වෙත යාමට ගතවන කාලය  $T_B$  ලෙස ගත් විට  $T_A > T_B$  නම්  $T_A - T_B = \frac{8d}{3u}$  බව ද පෙන්වන්න.

12. (a) A යනු ස්කන්ධය M වූ සුමට කොටසක සිරස් හරස්කඩකි. ස්කන්ධය 3m වූ B අංශුවට එක් කෙළවරක් සම්බන්ධ කර ඇති සුමට, ලුහු අවිනතා තන්තුවක් P හා Q හි වූ කුඩා සුමට කප්පි දෙකක් මතින් යමින් ස්කන්ධය 2m වන C සවල කප්පිය යටින්ද R අවල සුමට කප්පිය උඩින් ද, ස්කන්ධය m වන D සවල කප්පිය යටින් ද යවා ඇත. තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර R අවල කප්පියේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයට ගැට ගසා ඇත. පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ.





සංයුක්ත ගණිතය II

B අංශුව සඳහා EF ඔස්සේ ද, A සහ B සඳහා තිරස්ව ද, C හා D සඳහා සිරස්ව පහළට ද, චලිත සමීකරණ ලියා දක්වන්න. A හි ස්කන්ධය නොගිනිය හැකි තරම් නම්, තන්තුවේ ආතතිය

$$\frac{3mg \sin \alpha (1 - \cos \alpha + 4 \sin \alpha)}{2(1 - \cos \alpha + 9 \sin^2 \alpha)}$$

බව පෙන්වන්න.

(b) අරය a හා කේන්ද්‍රය O වන සුමට සිහින් වෘත්තාකාර කම්බියක් සිරස් තලයක වන ලෙස සවි කොට ඇත. කම්බිය තුළ නිදහසේ සර්පනය විය හැකි ස්කන්ධය m වන සුමට P නම් පබළුවක් වෘත්තාකාර කම්බිය තුළින් යවා එය කම්බියේ පහළම ලක්ෂ්‍යයේ රඳවා තබා ඒ මත තිරස් u ප්‍රවේගයක් ලබා දීමෙන් පබළුව සිරස් වෘත්තාකාර මාර්ගයක චලනය වීමට සලස්වයි. පබළුව O හරහා යන යටි අන් සිරස සමඟ  $\theta$  සුළු කෝණයක් තනන විට එහි ප්‍රවේගය v යන්න  $v^2 = u^2 + 2ga \cos \theta - 2ga$  මගින් දෙනු ලබන බව ද,

පබළුව මත වෘත්තාකාර කම්බිය මගින් ඇති කරනු ලබන ප්‍රතික්‍රියාව R යන්න

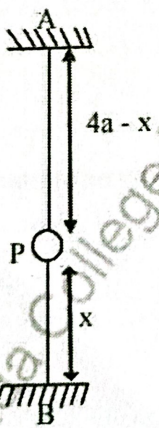
$$R = \frac{m}{a} (u^2 + 3ga \cos \theta - 2ga)$$

මගින් ද ලැබෙන බව පෙන්වන්න.

චලිතයේ දී පබළුවට සිය ප්‍රතික්‍රියාවේ දිශාව වෙනස් නොකොට පූර්ණ වෘත්තයම ගෙවා යාම සඳහා  $u^2 > 5ga$  විය යුතු බව පෙන්වන්න.

දැන්, ඉහත කම්බිය තුළට තවත් සමාන Q පබළුවක් යවා එය කම්බියේ ඉහළම ලක්ෂ්‍යයේ ද, මුල් P පබළුව පහළ ම ලක්ෂ්‍යයේ ද පවතින ලෙස රඳවා තබා පහළම පබළුව  $\sqrt{10ga}$  තිරස් ප්‍රවේගයෙන් ද, එම මොහොතේදීම ඉහළම පබළුව සිරුවෙත් ද චලනය කරනු ලබන්නේ P හා Q පබළු දෙකම O හරහා යන තිරස් මට්ටමේ දී එකට ගැටී එකට හා වි සංයුක්ත අංශුව කම්බිය දිගේ ඉහළට ගමන් කරන ලෙසය. P හා Q එක එකක් පබළුවල O හරහා යන තිරස් මට්ටමේ දී ප්‍රවේගය ද, සංයුක්තයේ ප්‍රවේගය ද සොයන්න.

13.



ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් එක එකක ස්වාභාවික දිග a වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ AP හා PB තන්තු දෙකකට ඇදා ඇත. AP හා PB තන්තුවල ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංක පිළිවෙලින්  $\lambda mg$  හා  $mg$  වේ. A කෙළවර තිරස් සිලිමක් මත වූ ලක්ෂ්‍යයක් ද B කෙළවර A ට සිරස්ව 4a පහළින් වූ තිරස් පොලට මත ලක්ෂ්‍යයක් ද වන පරිදි සම්බන්ධ කර ඇත.

තන්තු දෙකම නොබුරුල්ව අංශුව සමතුලිතතාවයේ පිහිටයි. එවිට B සිට අංශුවට ඇති දුර a නම්  $\lambda = \frac{1}{2}$  බව පෙන්වන්න.

P අංශුව දැන්, සිරස්ව ඉහළට  $\sqrt{6ag}$  ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. තන්තු දෙකම නොබුරුල්ව BP තන්තුවේ දිග x වන විට  $\ddot{x} + \frac{3g}{2a}(x - a) = 0$  බව පෙන්වන්න. මෙම සමීකරණය  $\ddot{X} + \omega^2 X = 0$  ආකාරයෙන් නැවත ලියන්න. මෙහි  $\omega (> 0)$  නිර්ණය කළයුතු නියතයකි.

ඉහත සමීකරණයේ විසඳුම  $X = A \cos \omega t + B \sin \omega t$  ආකාරයේ යැයි උපකල්පනය කරමින් A, B නියත සොයන්න. එනමින් මෙම චලිතයේ විස්තාරය සොයන්න.

P අංශුව  $x < a$  වන විට, අංශුවේ චලිතය  $\ddot{x} + \frac{g}{2a}(x - a) = 0$  බව පෙන්වන්න.

ප්‍රථමවරට අංශුව B වෙත ලඟා වන විට අංශුවට ගත වන මුළු කාලය  $\sqrt{\frac{2a}{3g}} \left\{ \pi + \sqrt{3} \sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{12}} \right\}$  බව පෙන්වන්න.



14. (a)  $a$  හා  $b$  යනු නිශ්ශුන්‍ය සමාන්තර තොවන දෛශික දෙකක් වන අතර  $\alpha a + \beta b = 0$  නම්ම පමණක්  $\alpha = 0$  හා  $\beta = 0$  බව සාධනය කරන්න.

O මූලයක් අනුබද්ධයෙන් A, B, C, D ලක්ෂ හතරක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින්  $a, b, 2a + 5b, 3a + 2b$  වෙයි.  $a$  හා  $b$  ඇසුරින්  $\overline{AC}$  හා  $\overline{BD}$  ප්‍රකාශ කරන්න. AC හා BD රේඛා E හිදී ඡේදනය වේ නම්

AE:EC හා BE:BD අනුපාත සොයන්න. තිත් ගුණිතය භාවිතයෙන්

$$\frac{3}{2} AE^2 - \frac{10}{9} BE^2 = \frac{4}{7} (5|b|^2 - 3|a|^2) \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

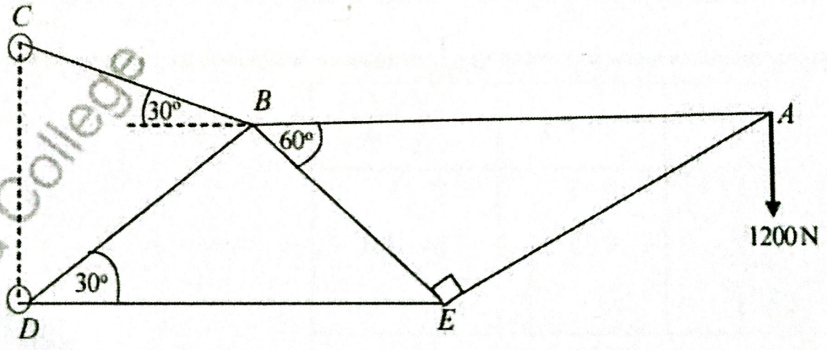
(b) ABCDEF යනු පාදයක දිග  $2a$  වූ ද AD තිරස් වන පරිදි හා AD ට පහළින් B හා C පිහිටන පරිදි වූ ද සැහැල්ලු වූ ද සවිධි ඡඩ්‍රාකාර තල ආස්තරයකි. ඡඩ්‍රයේ A, B, C, E, F ශීර්ෂ ඔස්සේ පිළිවෙලින්  $4P, 2P, P, 2P, 3P$  බල ක්‍රියා කරයි. බල සියල්ල ආස්තරයේ තලයේ පිහිටයි. A, E, F හි ක්‍රියාකරන බල AD සමඟ වාමාවර්තව  $30^\circ$  ක් සාදන දිශාවක් ඔස්සේ ඉහළට ද B හා C හි බල AD සමඟ දක්ෂිණාවර්තව  $30^\circ$  සාදන දිශාවක් ඔස්සේ පහළට ද ක්‍රියා කරයි. ඡඩ්‍රයේ කේන්ද්‍රය O වේ. බල පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තයන් එහි දිශාවන් සොයන්න.

OD, x අක්ෂය ලෙස ද ඊට ලම්භකව O හරහා වූ Y අක්ෂය ලෙස ද ගෙන සම්ප්‍රයුක්ත ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය  $2\sqrt{3}y - x - a = 0$  බව පෙන්වන්න.

දත් ඝූර්ණයේ විශාලත්වය G වූ යුග්මයක් පද්ධතියට එකතු කළ විට නව පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්ත ක්‍රියා රේඛාව D ලක්ෂය ඔස්සේ වේ නම් G හි විශාලත්වය හා අභිදිශාව සොයන්න.

15. (a) ABCDE පංචාස්‍රයේ  $\hat{ABC} = \hat{AED} = 90^\circ$  ද,  $\hat{BCD} = \hat{CDE} = 120^\circ$  ද,  $AB = AE = 2l$  ද, වන අතර ඉතිරි පාද වල දිග  $\sqrt{3}l$  බැගින් වේ. ඒකක දිගක බර  $w$  බැගින් වූ පංචාස්‍රය A වලින් එල්ලා BC හා DE හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයන් සැහැල්ලු දණ්ඩක් මගින් ඇදා සමතුලිතව පවතී. සැහැල්ලු දණ්ඩේ ප්‍රත්‍යාබලයන් B හා D සන්ධිවල ප්‍රතික්‍රියාවල සංරචක ද සොයන්න.

(b)

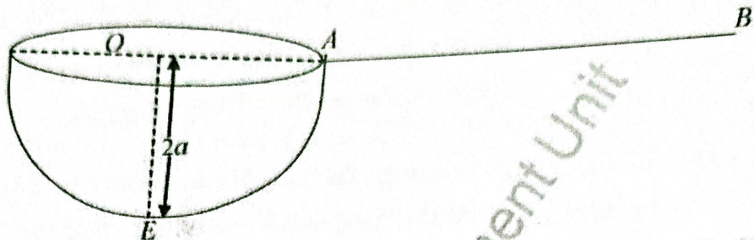


රූපයේ දක්වන්නේ AB හා DE දඬු තිරස් වන පරිදි වූ ද AE හා BD සමාන්තර වන පරිදි වූ ද C හා D ලක්ෂවලදී අසවු කරන ලද සැහැල්ලු දඬු හසකින් යුක්ත දොඹකර කොටසකි. වෝ අංකනය භාවිතයෙන් දඬු සියල්ල සඳහා ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් ඇඳ එනගින් සියලුම ප්‍රත්‍යාබලවල විශාලත්වය සොයා ඒවා ආතති ද තෙරපුම් ද යන්න වෙන වෙනම දක්වන්න.



සංයුක්ත ගණිතය II

16. අරය  $a$  වූ තුනී අර්ධ ගෝලාකාර කබොලක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි කේන්ද්‍රයේ සිට  $\frac{a}{2}$  දුරකින් පිහිටන බව අනුකලනය භාවිතයෙන් පෙන්වන්න.  
එහෙයින් අරය  $a$  වූ ඝන අර්ධ ගෝලයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි කේන්ද්‍රයේ සිට  $\frac{3}{8}a$  දුරකින් පිහිටන බව අපෝහනය කරන්න.



කේන්ද්‍රය  $O$  හා අරය  $2a$  වූ තුනී ඒකාකාර අර්ධ ගෝලාකාර කබොලකට  $2\pi a$  දිග සෘජු මීටක් සම්බන්ධ කර හැන්දක් සාදා ඇත. අර්ධ ගෝලයේ ඒකක වර්ගඵලයක ස්කන්ධය  $\sigma$  ද  $AB$  කෝටසේ ඒකක දිගක ස්කන්ධය  $\frac{a\sigma}{2}$  ද වේ. හැන්දේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය  $OAB$  රේඛාවේ සිට  $\frac{8a}{9}$  දුරකින්ද  $OE$  රේඛාවේ සිට  $\frac{a(2+\pi)}{25}$  දුරකින්ද පිහිටන බව පෙන්වන්න.

තවද හැන්ද සුළු ද්‍රාවණයකින් පිර වූ විට ඉහත රූපයේ පරිදි පවතින මේ සුළු සහිත හැන්දේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයේ පිහිටීම සොයන්න. මෙහි පුරවන ලද සුළු ද්‍රාවණයේ ස්කන්ධය, හැන්දේ ගෝලාකාර කොටසේ ස්කන්ධය මෙන් දෙගුණයක් වේ. තවද පුරවන ලද සුළු ද්‍රාවණය අරය  $2a$  වන ඝන අර්ධ ගෝලයක් යැයි උපකල්පනය කරන්න.

17. (a) ක්‍රිකට් තරඟාවලියක පාර්ශව දෙකකින් එක් පාර්ශවයක් තුළ කණ්ඩායම් ගණනාවක් තරඟවැද අවසන් පූර්ව වටයේ ජයග්‍රාහී කණ්ඩායම් තුනක් අතුරින් වැඩිතම ප්‍රසාද ලකුණු ලාභී කණ්ඩායම අවසන් තරඟයට සුදුසුකම් ලබයි. එසේ අවසන් පූර්ව වටයේ ජයග්‍රාහී කණ්ඩායම් තුන  $A_i$  ; ( $i = 1, 2, 3$ ) වනු ඇතැයි ද ඔවුන් අතුරින් වැඩිතම ප්‍රසාද ලකුණු වාර්තා කිරීමේ සම්භාවිතාවන් ද අනිත දත්ත මගින් ලබාගෙන පහත පරිදි දක්වා තිබේ.  $T$  යනු ඉහළම ප්‍රසාද ලකුණු වාර්තා කිරීමේ සිද්ධිය වේ.

$i$	$P(A_i)$	$P\left(\frac{T}{A_i}\right)$
1	0.45	$y$
2	0.35	$2y - 0.1$
3	$x$	$2y + 0.1$

$P(T) = 0.45$  නම්  $x$  හා  $y$  හි අගයන් සොයන්න.

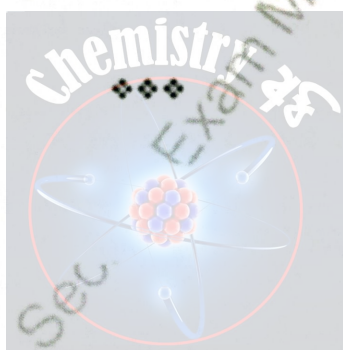
අවසන් වටයට තේරීමට වඩාත් ඉඩකඩ ඇති කණ්ඩායම විමට වඩාත් ඉඩ ඇත්තේ කුමන කණ්ඩායම ද?



(b) වතුමේ දී ඇති X නම් දත්ත සමූහයේ මධ්‍යස්ථය 80 බව දන්නා අතර  $1 < K < 8$  වේ. K හි අගය සොයන්න.

අගය ප්‍රාන්තර (X)	f(සංඛ්‍යාතය)
30 - 50	3
50 - 70	k
70 - 90	8
90 - 110	4
110 - 130	2

මෙම ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය සොයා එහි කුට්ඨකථාවය ධන ද සෘණ ද යන්න දක්වන්න. එතැන් ව්‍යාප්තියේ හැඩය නම් කළ රූපයකින් දක්වන්න. ඉහත ව්‍යාප්තියේ අගයන් ජ්‍යෙෂ්ඨ ලෙස Y නම් වෙනත් ව්‍යාප්තියක් බවට පරිණාමනය කල යුතුව ඇත. ඒ සඳහා 40 යන්න 36 ලෙසත් 120 යන්න 100 ලෙසත් පරිණාමනය කිරීමට නියමිතය. අවශ්‍ය ඒකජ සම්බන්ධතාවය ගොඩනගන්න. ඒ නමින් නව Y ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍ය හා සම්මත අපගමනය සොයන්න.



Ananda College Maths Sec.