අවසාන වාර පරීක්ෂණය - 2021

සංයුක්ත ගණිතය I

13 ශ්‍රේණිය

Rathnavali Balika Vidyalaya - Gampaha. Rathnavali Balika Vidyalaya - Gampaha. Rathnavali Balika Vidyalaya - Gampaha. Rathnavali Balika Vidyalaya - Gampaha.

B කොටස

ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

(11) a) $f(x) = px^2 + qx + r$ යැයි ගනිමු. මෙහි $p, q, r \in \mathbb{Z}, p \neq 0$ හා $p + r \neq q$ වේ. -1 යනු $f(x) = 0$ හි මූලයක් නොවන බව පෙන්වන්න.

α හා β යනු $f(x) = 0$ හි මූල යැයි ගනිමු. $(\alpha + 1)(\beta + 1) = \frac{1}{p}(p - q + r)$ බව පෙන්වන්න.

තව ද $\frac{1}{\alpha + 1}$ හා $\frac{1}{\beta + 1}$ මූල වන වර්ග සමීකරණය $g(x) = 0$ මගින් දෙනු ලැබේ.

$g(x) = (p - q + r)x^2 - (2p - q)x + p$ බව පෙන්වන්න.

දැන් $p < 0$ හා $p + r < q$ යැයි ගනිමු. $f(x)$ ශ්‍රිතය සඳහා උපරිමයක් පවතින බව පෙන්වා එම උපරිම අගය m_1 නම් $m_1 = \frac{-\Delta}{4a}$ බව පෙන්වන්න.

මෙහි $\Delta = q^2 - 4pr$ වේ. m_2 යනු $g(x)$ හි උපරිම අගය නම්, $(p - q + r)m_2 = pm_1$ බව අපෝහනය කරන්න. එනයින් සියලු තාත්වික x සඳහා $f(x) \leq 0$ නම් හා එනම් පමණක් $g(x) \leq 0$ වන බව පෙන්වන්න.

b) $(x + 2)$ යනු $P(x) = 15x^3 + 26x^2 - 11x - 6$ හි සාධකයක් වන බව පෙන්වන්න.

තවද $P(x)$ යන්න $(x - 3)$ මගින් බෙදූ විට ශේෂය ද සොයන්න.

$Q(x) = 15x^4 + px^3 - 37x^2 + qx + 6$ යයි ගනිමු. $P(x)$ යනු $Q(x)$ හි සාධකයක් නම් p හා q හි අගයන් සොයා $Q(x)$ හි ඉතිරි සාධකය ද සොයන්න.

(12) a) පිරිමි 6 ක් සහ කාන්තාවන් 4 කි සිටින කණ්ඩායමකින් 5 දෙනෙකුගෙන් යුත් කමිටුවක් තෝරාගත යුතුව ඇත. පහත එක් එක් අවස්ථාවලදී එම කමිටුව තේරිය හැකි ආකාර ගණන සොයන්න.

i) පිරිමි 3 ක් සහ කාන්තාවන් 2 ක් කමිටුවට ඇතුළත් වන පරිදි.

ii) පිරිමි පමණක් ඇතුළත් වන පරිදි.

iii) කාන්තාවන් බහුතරයක් කණ්ඩායම නියෝජනය වන පරිදි.

b) $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $A(r + 4)^2 - Br^2 = r + C$ වන පරිදි A, B, C නියතවල අගයන් සොයන්න.

එනයින් අපරිමිත ශ්‍රේණියක r වන පදය $U_r = \frac{8}{r^2(r+2)(r+4)^2}$ යන්න $f(r) - f(r + 2)$ ලෙස ප්‍රකාශ කළ හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි $f(r)$ යනු නිර්ණය කළ යුතු ශ්‍රිතයක් වේ.

$\sum_{r=1}^{n} U_r$ ශ්‍රේණියේ ඓක්‍ය සොයා, $\sum_{r=1}^{n} U_r$ ශ්‍රේණිය $\frac{1}{3^2} + \frac{1}{8^2}$ ඓක්‍යයට අභිසාරී වන බව අපෝහනය කරන්න.

(13) $a)$ $A = \begin{pmatrix} 3 & p \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$ ලෙස ගනිමු. P යනු නිශ්ශුන්‍ය තාත්ත්වික සංඛ්‍යාවකි. $A^{-1} = A$ වන විට P හි අගය සොයා එනයින් $AA^{-1} = I$ වන පරිදි A හි ප්‍රතිලෝම න්‍යාසය සොයන්න. මෙහි O යනු ගණය $BC = O$ වන පරිදි ගණය දෙක වූ ශුන්‍ය නොවන B හා C න්‍යාස දෙකක් ලබා ගන්න. මෙහි O යනු ගණය 2×2 වන ශුන්‍ය න්‍යාසයයි.

$b)$ Z සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවේ ප්‍රතිබද්ධය $\bar{Z}$ ගෙන් දැක්වේ.

i) $Z\bar{Z} = |Z|^2$ බව පෙන්වන්න.

ii) Z_1 හා Z_2 යනු සංකීර්ණ සංඛ්‍යා 2 කි. $\overline{Z_1 Z_2} = \overline{Z_1}\,\overline{Z_2}$ බව පෙන්වන්න.

iii) Z_1 හා Z_2 සංකීර්ණ සංඛ්‍යා දෙක සඳහා $\frac{\bar{Z}_1 - 2\bar{Z}_2}{2 - Z_1\bar{Z}_2} = 1$ හා $|Z_2| \neq 1$ වේ. $|Z_2| = 2$ බව පෙන්වන්න.

$c)$ $Z_1 = 1 + \sqrt{3}i$, $Z_2 = \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{1}{4}i$ යන සංකීර්ණ සංඛ්‍යා එක එකක් r යනු ධන සංඛ්‍යාවක් ද θ සුළු කෝණයක් ද ලෙස වූ $r(\cos\theta + i\sin\theta)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න. එනයින් $Z_1^7 . Z_2^4$ තාත්ත්වික අගයක් ගන්නා බව පෙන්වන්න.

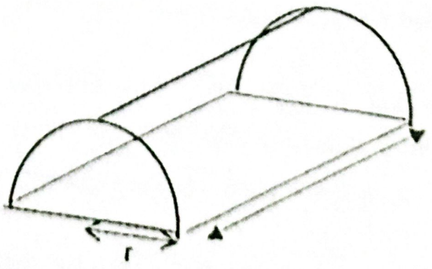
(14) $a)$ $x \neq 0$ සඳහා $f(x) = \frac{1-2x}{4x^2}$ යැයි ගනිමු.

$f(x)$ හි ව්‍යුත්පන්නය, $f'(x)$ යන්න $x \neq 0$ සඳහා $f'(x) = \frac{x-1}{2x^3}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. එනයින් $f(x)$ වැඩි වන ප්‍රාන්තර හා $f(x)$ අඩු වන ප්‍රාන්තර සොයන්න. $f(x)$ හි හැරුම් ලක්ෂ්‍ය වල ඛණ්ඩාංක ද සොයන්න.

$x \neq 0$ සඳහා $f''(x) = \frac{3-2x}{2x^4}$ බව දී ඇත.

$y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ නති වර්තන ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න. ස්පර්ශෝන්මුඛ, හැරුම් ලක්ෂ්‍යය හා නති වර්තන ලක්ෂ්‍ය දක්වමින් $y = f(x)$ හි ප්‍රස්ථාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

$b)$ රූප සටහනේ දක්වා ඇත්තේ සිරස් සෘජුකෝණාස්‍රාකාර පාදමක් සහිත හරිතාගාරයකි. සිරස් අර්ධ වෘත්තාකාර අන්ත සහ වක්‍රාකාර වහලය පොලිතීන් ආවරණයකින් සකසා ඇත. එක් එක් අර්ධ වෘත්තාකාර කොටස් වල අරය r වන අතර හරිතාගාරයේ දිග l වේ. භාවිතා කරන ලද පොලිතීන් ආවරණයේ වර්ගඵලය $120\ m^2$ ලෙස දී ඇත්නම් l හි අගය r ඇසුරින් ලියා දක්වන හරිතාගාරයේ පරිමාව v යන්න $v = 60r - \frac{\pi r^3}{2}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. r හි අගය විචලනය වන විට v සඳහා පවතිනුයේ උපරිම අගයක් ද අවම අගයක් ද යන්න තීරණය කරන්න.



(15) $a)$ $t = x^2 + 1$ ආදේශය භාවිතයෙන්, $\int \frac{x\,dx}{x^4 + x^2 + 2}$ අනුකලනය කරන්න.

$b)$ සුදුසු ආදේශකයක් භාවිතයෙන්, $\int \frac{t}{\sqrt{1-t^2}}\,dt$ අනුකලනය කරන්න.

සුදුසු ආදේශයක් සහ කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන්,

$\int_0^{1/2} \frac{x\sin^{-1}x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$ අනුකලනය අගයන්න.

$c)$ භින්න භාග සැලකීමෙන් , $\int \frac{2+x^2}{(x^2+1)(x+1)}\,dx$ අනුකලනය කරන්න.

(16) $a)$ A ලක්ෂ්‍යය $3x + 4y = 7$ රේඛාව මත ද, B හා C ලක්ෂ්‍ය $3x + 4y = 2$ රේඛාව මත ද පිහිටා ඇත. BC රේඛාවට ලම්භකව A හරහා යන රේඛාව මත $(-2,-3)$ ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත. AB රේඛාව හා $3y - x = 0$ රේඛාව එකිනෙකට ලම්භක ය. ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය වර්ග ඒකක එකකි.

i) A හා B ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

ii) C සඳහා පිහිටුම් දෙකක් තිබිය හැක බව පෙන්වන්න. එම ලක්ෂ්‍යවල ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

$b)$ $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ වෘත්තය මත පිහිටි Q_1, Q_2 ලක්ෂ්‍යය හරහා යන්නා වූ ස්පර්ශක $P_0 = (x_0, y_0)$ හි දී හමු වේ. P_0 ලක්ෂ්‍යය අනුබද්ධයෙන් Q_1Q_2 ස්පර්ශ ජ්‍යායෙහි සමීකරණය ලියන්න. $x^2 + y^2 + 6y + 5 = 0$ හා $x^2 + y^2 + 2x + 8y + 5 = 0$ වෘත්තවලට අනුබද්ධව $(1,-2)$ ලක්ෂ්‍යයේ ස්පර්ශ ජ්‍යායන් සම්පාත බව පෙන්වන්න. තව ද ඉහත වෘත්තවලට අනුබද්ධව ස්පර්ශ ජ්‍යායන් එකම වන පරිදි පිහිටන වෙනත් ලක්ෂ්‍යයක ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

(17) $a)$ $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ නම් $\frac{1+\sin 2x-\cos 2x}{1+\sin 2x+\cos 2x} = \tan x$ බව පෙන්වන්න. ඒ නයින් $\tan\frac{\pi}{8}$ හි අගය අපෝහණය කරන්න.

$b)$ $\sin\alpha \sin\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)\sin\left(\frac{\pi}{3}+\alpha\right) = \frac{1}{4}\sin 3\alpha$ බව පෙන්වන්න.

එනයින් $\sin\frac{\pi}{9}\sin\frac{2\pi}{9}\sin\frac{3\pi}{9}\sin\frac{4\pi}{9} = \frac{3}{16}$ බවද පෙන්වන්න.

$c)$ $f(x) = 11\cos^2 x + 16\cos x\sin x - \sin^2 x$ ප්‍රකාශණය $A + B\cos(2x-\alpha)$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කරන්න.

මෙහි A, B හා α යනු නිර්ණය කළ යුතු නියත වේ.

උපරිම හා අවම ලක්ෂ්‍ය සලකමින් $[0,\pi]$ පරාසය තුල $f(x)$ ශ්‍රිතයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

ඒ නයින් $f(x) = x$ සමීකරණයට ඇති විසඳුම් ගණන සොයන්න.

$d)$ $\sin^{-1}x + \sin^{-1}(1-x) = \cos^{-1}x$ විසඳන්න.

A කොටස

- සියලුම ප්‍රශ්න සඳහා පිළිතුරු සපයන්න.

(01) ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය භාවිතයෙන් සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^{n} 2^r = 2(2^n - 1)$ බව සාධනය කරන්න.

(02) එකම රූප සටහනක $y = 2 - |x + 3|$ හා $y = |x| - 3$ හි ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් අඳින්න. එනයින් හෝ අන් අයුරකින් හෝ $|x| + |x - 3| \geq 5$ අසමානතාව සපුරාලන x හි සියළුම තාත්වික අගයන් සොයන්න.

(03) ආගන්ඩ් සටහන් මත $|z - 2 + 3i| = 2$ සමීකරණය සපුරාලන z සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව මගින් නිරූපණය කරනු ලබන ලක්ෂ්‍යයේ පථය වන C හි දළ සටහනක් අඳින්න. එනයින් C මත පිහිටි z සඳහා $|z - 2|$ හි වැඩිතම හා අඩුතම අගයන් සොයන්න.

(04) $(3 + 2x)^n$ ද්විපද ප්‍රසාරණයේ x හා x^2 හි සංගුණකය පිළිවෙලින් a_1 හා a_2 යැයි ගනිමු. මෙහි n යනු ධන නිඛිලමය දර්ශකයක් වේ. $a_2 = 3a_1$ නම් n හි අගය සොයන්න.

Chemistry 4u

(05) $\lim_{x \to 0} \frac{x(\sqrt{x+1}-1)}{1-\cos\left(\frac{\pi x}{2}\right)} = \frac{4}{\pi^2}$ බව පෙන්වන්න.

(06) $y = 2x^2$ හා $y = x - 2x^2$ වක්‍ර මගින් ආවෘත පෙදෙසෙහි වර්ගඵලය සොයන්න.

Chemistry

(07) වක්‍රයක සාධාරණ P ලක්ෂ්‍යයක ඛණ්ඩාංක $x = \cos^4\theta$ හා $y = \sin^4\theta$ මගින් දෙනු ලැබේ. මෙහි θ යනු $0 < \theta < \pi/2$ වූ පරාමිතියකි. P ලක්ෂ්‍යයේ දී වක්‍රයට ඇඳි ස්පර්ශකයේ සමීකරණය $x\sec^2\theta + y\,cosec^2\theta = 1$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

Chemistry

(08) l_1 යනු $2x + y + 5 = 0$ සරල රේඛාව යැයි ගනිමු. $A \equiv (1, 1)$ ලක්ෂ්‍යය හරහා යන l_1 ට සමාන්තර වූ l_2 සරල රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න. B යනු l_2 ට ලම්භකව A හරහා ඇඳි ලම්භක රේඛාව l_1 හමුවන ලක්ෂ්‍යය වේ. A ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයා එනයින් l_1 හා l_2 අතර ලම්භ දුර සොයන්න.

(09) $A \equiv (2, 1), B \equiv (3, -4)$ හා S යනු AB විශ්කම්භයක් ලෙස වූ වෘත්තය යයි ගනිමු.

i) S වෘත්තයේ ද

ii) S වෘත්තය ප්‍රලම්බව ඡේදනය කරන කේන්ද්‍රය $(1, 1)$ ලෙස ඇති වෘත්තයේ ද සමීකරණය සොයන්න

(10) $\cos\alpha = {}^{-1}/_{\sqrt{5}}$, $(\pi < \alpha < {}^{3\pi}/_{2})$ ද, $\sin\beta = {}^{2}/_{3}$, $(0 < \beta < {}^{\pi}/_{2})$ ද නම් $\sin(\alpha - \beta)$ සොයන්න.

chemistry

රත්නාවලී බාලිකා විද්‍යාලය - ගම්පහ
Rathnavali Balika Vidyalaya - Gampaha

10	S	II

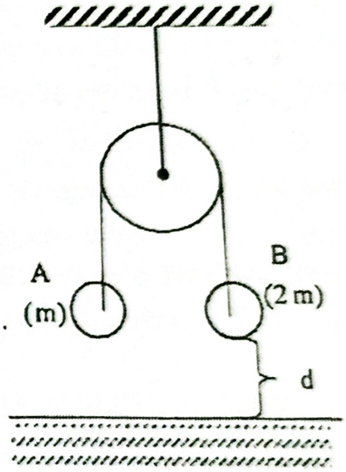
අවසාන වාර පරීක්ෂණය - 2021

සංයුක්ත ගණිතය II	13 ශ්‍රේණිය

Rathnavali Balika Vidyalaya - Gampaha Rathnavali Balika Vidyalaya - Gampaha Rathnavali Balika Vidyalaya - Gampaha Rathnavali Balika Vidyalaya - Gampaha

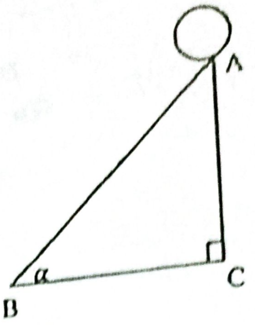
B කොටස

(11) a) රූපයේ දැක්වෙන පරිදි සුමට කප්පියක් මතින් ගමන් කරන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකට සම්බන්ධ කර ඇති ස්කන්ධය m හා $2m$ බැගින් වූ A හා B අංශු දෙක තිරස් ගෙබිමට d දුරක් ඉහළින් සම මට්ටමේ තබා සීරුවෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. අංශු පද්ධතියේ ත්වරණය $\frac{g}{3}$ බව පෙන්වන්න. අනතුරුව ඇති වන චලිතයේ දී B අංශුව තිරස් පොළොවේ ගැටී ස්කන්ධය m වූ අංශු කොටසක් කැඩී ඉවත් වේ. අනතුරුව v වේගයෙන් ගුරුත්වය යටතේ ඉහලට චලනය ආරම්භ කරන A අංශුව නැවත පහලට ගමන් කිරීමෙන් පසු තන්තුව තදවී මොහොතකට පසු අංශු වල පොදු ප්‍රවේගය $\frac{v}{2}$ වේ. අංශු කිසිවටකත් කප්පිය කරා ළඟා නොවන්නේ යයි උපකල්පනය කර A අංශුව බිම වදින තෙක් චලිතය සඳහා ප්‍රවේග- කාල වක්‍රයේ දළ සටහනක් අඳින්න. $v^2 = \frac{2gd}{3}$ බව පෙන්වන්න. එනයින් A අංශුව තිරස් ගෙබිම මත වැදීම සඳහා ගනු ලබන මුළු කාලය සොයන්න.

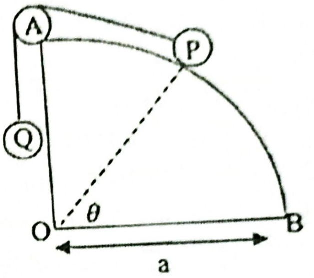


b) පොළොවට සාපේක්ෂව $u\ kmh^{-1}$ ඒකාකාර වේගයෙන් උතුරු දිශාවට නැවක් යාත්‍රා කරයි. එක්තරා මොහොතක දී නැවේ සිට උතුරින් α කෝණයක් නැගෙනහිර දෙසින් $P\ \ km$ දුරකින් B නම් බෝට්ටුවක් නිරීක්ෂණය කරනු ලැබේ. බෝට්ටුව පොළොවට සාපේක්ෂව $v\ (v > u \sin \alpha)$ ඒකාකාර වේගයෙන් නැව හමුවීම පිණිස යාත්‍රා කරයි. නැවට සාපේක්ෂව බෝට්ටුවේ චලිතය නිර්ණය කිරීම සඳහා ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණවල දළ සටහනක් අඳින්න. එනයින් නැව හමුවීම පිණිස බෝට්ටුවට ගමන් කළ හැකි ගමන් කළ හැකි ගමන් පෙත් 2 ක් ඇති බව පෙන්වා එම ගමන් මාර්ග 2 අතර කෝණය$2\cos^{-1}\left(\frac{u\sin\alpha}{v}\right)$ බව පෙන්වන්න. එක් එක් මාර්ගය ඔස්සේ නැව හමුවීම සඳහා ගමන් කිරීමට ගත වන කාලයන් වෙන වෙනම සොයන්න.
එනයින් අවම කාලයකින් නැව හමුවීම සඳහා ගමන් කිරීමට ගත වන කාලය $P / (u\cos\alpha - \sqrt{v^2 - u^2\sin^2\alpha}$ බව පෙන්වන්න.

(12) a) දී ඇති රූප සටහනෙහි ABC ත්‍රිකෝණය ස්කන්ධය m වූ ඒකාකාර සුමට කුඤ්ඤයක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය හරහා යන සිරස් හරස්කඩක් නිරූපණය කරයි. AB රේඛාව එය අයත් මුහුණතෙහි උපරිම බෑවුම් රේඛාවක් වන අතර $A\hat{B}C = \alpha$, $A\hat{C}B = \frac{\pi}{2}$ හා $BC = l$ වේ. සුමට තිරස් ගෙබිමක් මත BC මුහුණත තබා ඇත. ස්කන්ධය km වූ අංශුවක් AB රේඛාව මත A ලක්ෂ්‍යයෙහි සිරුවෙන් තබා නිසලතාවයෙන් මුදා හරියි. අංශුව කුඤ්ඤය හැර යන තෙක් කුඤ්ඤයේ ත්වරණය $\frac{kg\sin\alpha\cos\alpha}{1+k\sin^2\alpha}$ බව පෙන්වන්න. $K = 3, \sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$ නම් අංශුව කුඤ්ඤය හැර යන විට කුඤ්ඤය චලනය වූ දුර $\frac{3l}{4}$ බව පෙන්වන්න.



b) රූපයෙන් දැක්වෙන්නේ සුමට අචල ඝන වස්තුවකින් කපා ගත් අරය a වූ වෘත්ත පාදයක සිරස්කඩකි. එහි මුදුනේ A නම් සුමට කප්පියක් උඩින් වැටී ඇති සුළු අවිතන්‍ය තන්තුවක දෙකෙළවරට පිළිවෙලින් m හා M $(M > m)$ ස්කන්ධය සහිත P හා Q අංශු දෙකක් ඈදා තිබෙයි. OP(OB එල්ලේ) තිරස් වන විට චලිතය ආරම්භ කරයි නම් $(M + m)a\dot{\theta}^2 = 2g(M\theta - m\sin\theta)$ බව පෙන්වන්න. මෙහි θ යනු t කාලයේ දී OP හා OB අතර කෝණය නම් තන්තුවේ ආතතිය $\frac{Mmg(1+\cos\theta)}{M+m}$ බව පෙන්වන්න. P අංශුව මත අභිලම්බ ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.



(13) ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් එක එකක ස්වභාවික දිග a හා මාපාංකය mg වූ සමාන සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තු දෙකක කෙළවර දෙකට ඈදා ඇත. එක් තන්තුවක නිදහස් කෙළවර තිරසට 30^0 කින් ආනත තලයක් මත ඉහළින් පිහිටි A අචල ලක්ෂ්‍යයකට හා අනෙක් තන්තුවේ නිදහස් කෙළවර තලයේ පාමුල පිහිටි B ලක්ෂ්‍යයට ගැට ගසා ඇත. $AB = 4a$ වේ.

තන්තු දෙකම නොබුරුල්ව AB රේඛාව මත A සිට $\frac{9a}{4}$ දුරක් ඈතින් අංශුව සමතුලිතව පිහිටන බව පෙන්වන්න.

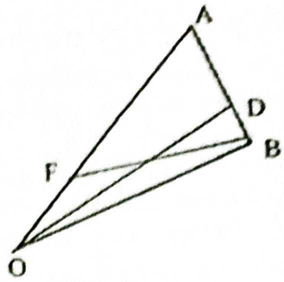
P අංශුව දැන් A සිට $3a$ දුරින් වූ C පිහිටීමේ දී නිසලතාවේ සිට සිරුවෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. තන්තු දෙකම නොබුරුල් හා AP තන්තුවේ දිග x වන විට $\ddot{x} + \frac{2g}{a}\left(x - \frac{9a}{4}\right) = 0$ බව පෙන්වන්න.

මෙම සමීකරණය $\ddot{x} = \omega^2 x$ ආකාරයෙන් නැවත ලියන්න. මෙහි $x = x - \frac{9a}{4}$ හා $\omega^2 = {}^{2g}/_{a}$ වේ. $\dot{x}^2 = \omega^2(c^2 - x^2)$ සූත්‍රය භාවිතයෙන් මෙම චලිතයේ විස්තාරය c සොයන්න.

P අංශුව එහි ඉහළම පිහිටීම වන D ලක්ෂ්‍යයට ළඟා වන මොහොතේ දී PB තන්තුව කපනු ලැබේ. D හිදී P අංශුව නිශ්චලව පවතින බව පෙන්වන්න.

තන්තුව කපන අවස්ථාවේ දීම අංශුවට AB දිගාව ඔස්සේ $\frac{\sqrt{9ga}}{2}$ වේගයක් ලබා දුන් විට C හිදී ක්ෂණික නිශ්චලතාවයට පත්වන බව පෙන්වන්න. P අංශුව C ආරම්භක පිහිටීමේ සිට නැවත C කරා ඒමට ගතවන කාලය $\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{a}{g}}\left(\sqrt{2} + 1\right)$ බව තව දුරටත් පෙන්වන්න.

(14) a) OAB ත්‍රිකෝණයක් යැයි ද D යනු $BD : DA = 1:2$ වන පරිදි AB මත වූ ලක්ෂ්‍යය ද E යනු OD හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය ද වේ. O අනුබද්ධයෙන් A හා B හි පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ වේ. $\overrightarrow{OF} = \lambda\underline{a}$ නම්, $\overrightarrow{BE}$ හා $\overrightarrow{BF}$ දෛශික a හා b ඇසුරෙන් සොයන්න. BEF ඒකරේඛීය වන විට λ හි අගය සොයන්න. $\overrightarrow{BF}.\overrightarrow{DF}$ අදිශ ගුණිතය $|\underline{a}|$ හා $|\underline{b}|$ ඇසුරෙන් සොයා $AO \perp OB$ වන විට $|\underline{a}| = \sqrt{32}|\underline{b}|$ නම් $\overrightarrow{BF}$ යන්න $\overrightarrow{DF}$ ට ලම්බ බව පෙන්වන්න.

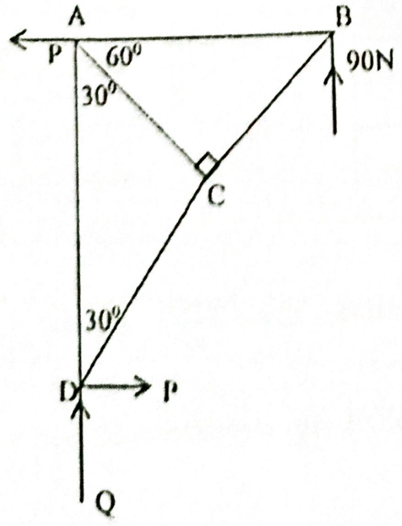


b) oxy තලයේ වූ බල පද්ධතියක් පිළිවෙලින් $(a, a), (-a, 2a)$ හා $(0, -a)$ ලක්ෂ්‍යවලදී ක්‍රියා කරන $3p\underline{i} - 6p\underline{j}$, $2p\underline{i} - p\underline{j}$ හා $-2p\underline{i} - p\underline{j}$ යන බල තුනෙන් සමන්විත වේ. මෙහි p හා a යනු පිළිවෙලින් නිව්ටන හා මීටරවලින් මනින ලද ධන රාශි වේ. O මූලය වටා පද්ධතියේ දක්ෂිණාවර්ත ඝූර්ණය $2pa\ Nm$ බව පෙන්වන්න. තව ද පද්ධතිය විශාලත්වය $5p\ N$ වූ තනි සම්ප්‍රයුක්ත බලයකට තුල්‍ය බව පෙන්වා එහි දිශාව හා ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

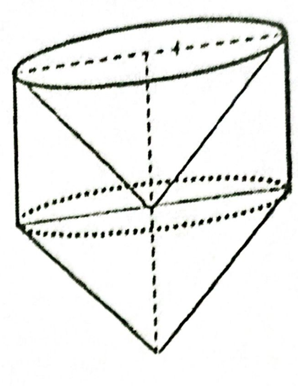
දැන් අතිරේක බලයක් පද්ධතියට ඇතුළත් කරනු ලබන්නේ නව පද්ධතියේ දක්ෂිණාවර්ත ඝූර්ණය $4pa\ Nm$ වූ යුග්මයකට තුල්‍ය වන පරිදිය. අතිරේක බලයෙහි විශාලත්වය දිශාව හා ක්‍රියාරේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

(15) a) එක එකක දිග $2a$ ද බර W ද බැගින් වූ AB, BC, CD හා DE ඒකාකාර දඬු හතරක් B, C හා D හි දී සුමට ලෙස සන්ධි කර A හා E කෙළවරවලදී එකම තිරස් මට්ටමේ පිහිටි ලක්ෂ්‍ය දෙකකින් එල්ලා තිබේ. AB හා BC දඬු එක එකක් පිළිවෙලින් තිරසට θ හා α ආනත වේ. $(\alpha < \theta)$. B හා D සන්ධි සැහැල්ලු තිරස් තන්තුවක් මගින් යා කර ඇති අතර පද්ධතිය සිරස් තලයක සමතුලිතතාවේ පවතී නම් C සන්ධියේ ප්‍රතික්‍රියාව හා තන්තුවේ ආතතිය සොයන්න.

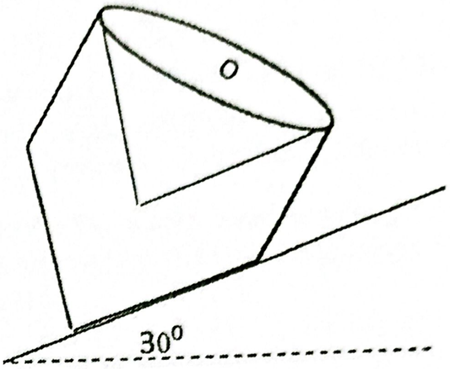
b) අන්තවලදී සුමට ලෙස සන්ධි කරන ලද AB, BC, CD, AD හා AC සැහැල්ලු දඬු පහක රාමු සැකිල්ලක් දී ඇති රූපයෙන් නිරූපණය වේ. A හි දී ත් D හි දී ත් පිළිවෙලින් PN හා $(P, Q)N$ බල හා B හි $90N$ සිරස් බලයක් ඇත. AD සිරස් ලෙස පවතින සේ සමතුලිතතාවයේ තබා ඇත. P හා Q හි විශාලත්වය සොයන්න. බෝ අංකනය යෙදීමෙන්, ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් අඳින්න. එනයින් දඬු පහේම ප්‍රත්‍යාබල ඒවා ආතති හෝ තෙරපුම් වශයෙන් ප්‍රකාශ කරමින් සොයන්න.



(16) උස h වූ ඝන සෘජු වෘත්ත කේතුවක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි ශීර්ෂයේ සිට $\frac{3h}{4}$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න. අරය r , උස r හා ඝනත්වය ρ වූ ඒකාකාර ඝන වෘත්තාකාර සිලින්ඩරයකින් පතුලේ අරය r , උස r සෘජු වෘත්ත කේතුවක් කපා ඉවත් කර ගනු ලැබේ. දැන් රූපයේ දැක්වෙන පරිදි සිලින්ඩරයේ ඉතිරි කොටසෙහි වෘත්තාකාර මුහුණතට පතුලේ අරය r , උස r හා ඝනත්වය $\lambda\rho$ වන ඒකාකාර සෘජු ඝන කේතුවක පතුල සවි කරනු ලබන්නේ ඒවායේ අක්ෂ දෙක ඒක රේඛීය වන පරිදිය. මෙලෙස සාදා ගත් වස්තුවේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, එහි සමමිතික අක්ෂය මත පතුලේ O කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{5(1+\lambda)}{4(\lambda+2)}r$ දුරකින් බව පෙන්වන්න.



$\lambda = 2$ යැයි ගනිමු. මෙම වස්තු කේතුවේ වක්‍ර පෘෂ්ඨය රූප සටහනේ පරිදි තිරසට 30^0 කින් ආනත රළු ආනත තලයක් මත ගැටෙමින් සමතුලිතව පවතී. s වස්තුව පහලට ලිස්සා යාම වැලැක්වීම සඳහා කේතුවේ වක්‍ර පෘෂ්ඨය හා තලය අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය වන μ හි අවම අගය සොයන්න.



(17) a) කෝවිඩ් ආසාදිත රෝගීන් සඳහා ප්‍රතිකාර කරන ප්‍රතිකාර මධ්‍යස්ථානයක රෝගීන් 200 දෙදෙනෙකු ප්‍රතිකාර ලබන අතර එයින් 125 දෙනෙකු රෝග ලක්ෂණ නොපෙන්වයි. රෝග ලක්ෂණ පෙන්නුම් කරන රෝගියෙකුගේ පෙනහළු ආසාදනය වීමේ හැකියාව 12% වන අතර රෝග ලක්ෂණ රහිත රෝගියෙකුගේ මෙම හැකියාව 5% කි. මෙම දත්තවලට අනුව මෙම මධ්‍යස්ථානයේ රෝගියෙකුගේ පෙනහළු ආසාදනය වී තිබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න. මෙම මධ්‍යස්ථානයේ අහඹු ලෙස තෝරා ගත් රෝගියෙකුගේ පෙනහළු ආසාදනය වී ඇති බව හඳුනා ගන්නා ලදි. එම රෝගියා රෝග ලක්ෂණ සහිත රෝගියෙකු වීමේ සම්භාවිතාව කුමක් ද?

b) ශිෂ්‍යයන් 100 ක කණ්ඩායමක් සංඛ්‍යාන ප්‍රශ්නයකට ඔවුන්ගේ පිළිතුරු සඳහා ලබා ගත් ලකුණුවල ව්‍යාප්තිය පහත වගුවේ දැක්වේ.

ලකුණු පරාසය	ශිෂ්‍ය සංඛ්‍යාව
0 – 20	10
20 – 40	30
40 – 60	45
60 – 80	10
80 – 100	5

මෙම ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍ය μ හා සම්මත අපගමනය σ නිමානය කරන්න. $K = \frac{3(\mu - M)}{\sigma}$ මගින් අර්ථ දැක්වෙන කුටිකතා සංගුණකය K ද නිමානය කරන්න. මෙහි M යනු ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යස්ථය වේ.

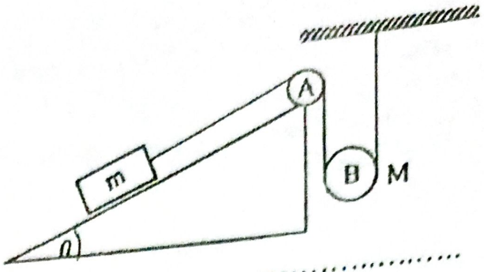
A කොටස

- සියලුම ප්‍රශ්න සඳහා පිළිතුරු සපයන්න.

(01) සමාන අරයෙන් යුක්ත වූ නමුත් ස්කන්ධය වෙනස් වූ A හා B සුමට ගෝල 2 ක් සුමට තිරස් මේසයක් මත තබා ඇත. A ගෝලය u ප්‍රවේගයෙන් B ගෝලය දෙසට මේසය දිගේ ප්‍රක්ෂේපණය කරයි. ගැටුමෙන් පසු A ගෝලය නිශ්චල වේ නම් A හා B හි ස්කන්ධ අතර අනුපාතය $e : 1$ බව පෙන්වන්න. මෙහි e යනු ගෝල අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය වේ.

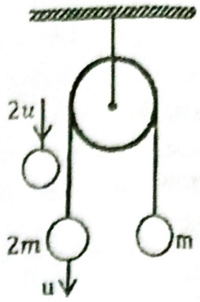
(02) තිරස් බිමක් මත වූ O ලක්ෂ්‍යයක සිට u වේගයෙන් සහ α ආරෝහණ කෝණයකින් ප්‍රක්ශේප කරන අංශුවක් h උසින් වූ සිරස් බිත්ති 2 ක් උඩින් යන්තමින් ගමන් කරයි. O ට ආසන්නම බිත්තියට දුර l වන අතර බිත්ති දෙක අතර දුර h වේ. අංශුව උඩු සිරස් විස්ථාපනය h වූ ලක්ෂ්‍යයක් හරහා ගමන් කරන විට තිරස් විස්ථාපනය x යැයි සලකා $g(1 + \tan^2 \alpha)x^2 - (2u^2 \tan\alpha)x + 2u^2h = 0$ ලබා ගන්න. එමගින් $\tan\alpha = \frac{h(h+2l)}{l(l+h)}$ බව පෙන්වන්න.

(03) රූපයේ පරිදි තිරසට θ ආනත සුමට අචල තලයක මුදුනේ A අචල කප්පියක් සවිකර ඇත. සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක එක් කෙළවරක් ආනත තලය මත වූ m ස්කන්ධයට ඈඳා අනික් කෙළවර ස්කන්ධය M වූ B සචල කප්පියක් යටින් ගොස් සිලිමට ගැටගසා ඇත. පද්ධතිය ගුරුත්වය යටතේ නිසලතාවයකින් මුදා හරියි නම් තන්තුවේ ආතතිය සොයන්න. $(M > m)$



(04) ස්කන්ධය $1000kg$ වූ මෝටර් රථයක් $H\ kW$ නියත ජවයකින් ක්‍රියා කරමින් සමතලා මාර්ගයක $u\ ms^{-1}$ උපරිම වේගයකින් ගමන් කරයි. තිරසට ආනතිය α වන ආනත මාර්ගයක ඉහළට මෝටර් රථය ගමන් කරන විට එහි උපරිම වේගය $v\ ms^{-1}$ වේ. අවස්ථා දෙකේ දීම ප්‍රතිරෝධය නොවෙනස්ව පවතී නම් $H = \frac{guv\sin\alpha}{u-v}$ බව පෙන්වන්න.

(05) එක එකක ස්කන්ධය $2m$ හා m වූ A හා B අංශු දෙකක් අචල සුමට කප්පියක් මතින් යන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක දෙකෙළවරට ඈඳා මුදා හරිනු ලැබේ. අංශුවල වේගය u වූ අවස්ථාවක ස්කන්ධය m වූ C නම් අංශුවක් $2u$ ප්‍රවේගයෙන් සිරස්ව පහළට චලනය වී A අංශුව සමඟ ගැටී හා වේ. A හා C අතර ගැටුම සිදුවන මොහොතේ B ලබා ගන්නා ප්‍රවේගය ද ද තන්තුවේ ආවේගය ද ගැටුමෙන් මොහොතකට පසු සොයන්න.



....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

(06) සුපුරුදු අංකනයෙන් $\underline{i} + \underline{j}$ හා $4\underline{i} + 2\underline{j}$ යනු O අචල මූලයකට අනුබද්ධව A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටුම් දෛශික යැයි ගනිමු. $OABC$ රොම්බසයක් වන පරිදි C ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටුම් දෛශිකය සොයන්න. $A\hat{O}C = \theta$ නම් $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OC}$ භාවිතයෙන් $\cos\theta$ හි අගය සොයන්න.

....

....

....

....

....

....

....

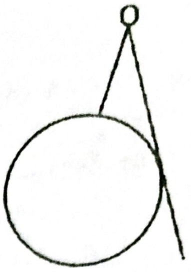
....

....

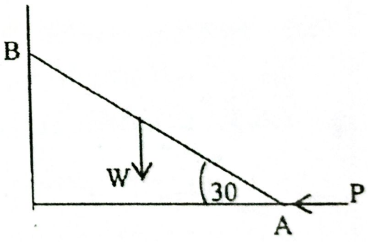
....

....

(07) බර W වන අරය r වන ඒකාකාර ඝන ගෝලයක් r දිග තන්තුවකින් පෘෂ්ඨයේ ලක්ෂ්‍යයකට ගැට ගසා තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර O ලක්ෂ්‍යයකට ගැට ගසා නිදහසේ එල්ලා ඇත. ගෝලය මෙසේ එල්ලා තිබිය දී O ලක්ෂ්‍යයටම අසව් කරන ලද දිග $2r$ හා බර w වන ඒකාකාර දණ්ඩක් රූප සටහනේ පරිදි ගෝලය ස්පර්ශ කරමින් සමතුලිතව ඇත. දණ්ඩ හා තන්තුව සිරස සමඟ පිළිවෙලින් α හා β සුළු කෝණ සාදයි නම්, $\alpha + \beta = \frac{\pi}{6}$ බව පෙන්වන්න. තවද $\frac{W}{w} = \frac{\sin \alpha'}{2 \sin \beta}$ බවද පෙන්වන්න.



(08) දිග 2a හා බර W වූ ඒකාකාර AB දණ්ඩක් එහි A කෙළවර සුමට තිරස් ගෙබිමක් මතද B කෙළවර රළු සිරස් බිත්තියකට ද එරෙහිව සීමාකාරී සමතුලිතතාවේ තබා ඇත. බිත්තියට ලම්භ සිරස් තලයක තිරසට 30^0 ක් ආනතව දණ්ඩ සමතුලිතතාවයේ තබා ඇත්තේ A කෙළවරේ දී බිත්තිය දෙසට යෙදූ විශාලත්වය P වන තිරස් බලයක් මගිනි. දණ්ඩ හා බිත්තිය අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය μ නම් P හි අගය සෙවීම සඳහා ප්‍රමාණවත් තරම් සමීකරණ ලියා දක්වන්න.



(09) A හා B ක්‍රීඩකයන් දෙදෙනෙකු තරඟයකට සහභාගී වෙති. A ක්‍රීඩකයා දිනීමේ සම්භාවිතාව 0.9 ද B දිනීමේ සම්භාවිතාව 0.7 ද වේ. A හා B ක්‍රීඩකයන්ගේ දිනීමේ සිද්ධි එකිනෙකට ස්වායත්ත නම් පහත සම්භාවිතාවයන් සොයන්න.

i. A හා B දෙදෙනාම ජයග්‍රහණය කිරීම.

ii. A පමණක් ජයග්‍රහණය කිරීම.

iii. A හා B දෙදෙනාම ජයග්‍රහණය නොකිරීම.

iv. එක් අයෙකු පමණක් ජයග්‍රහණය කිරීම.

(10) 4, 6, 12, 4, 10, 12, 3, 5, x, y සංඛ්‍යා පද්ධතියේ මධ්‍යන්‍යය 7 ද මාතය 4 ද වේ.

i. x හා y හි අගයයන් සොයන්න.

ii. නිරීක්ෂණවල සම්මත අපගමනය සොයන්න.

Chemistry